poujouly.net
@poujouly

DV8 : Filtrage, Echantillonnage & Traitement numérique du signal

Eléments de correction

Exercice n°1 : Etude d'un filtre anti-repliement

Q1 : Il s'agit d'un filtre qui permet de laisser des composantes fréquentielles supérieures à Fe/2 qui provoquent l'apparition de composantes fréquentielles dans la bande 0 - Fe/2 après un échantillonnage. Fe>2.Fmax.

Q1 : Voir poly cours

Q2 : La fonction de transfert $T(j\omega)=\frac{S(j\omega)}{E(j\omega)}=\frac{1}{1+jC_2\omega(R_1+R_2)+(j\omega)^2C_1C_2R_1R_2}$ est de la forme

$$T(j\omega)=\frac{1}{1+2m\frac{j\omega}{\omega o}+\left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}$$ avec $\boxed{\omega o=\frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}}$ donc $\boxed{fo=\frac{1}{2\pi\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}}$ et $\boxed{m=\frac{C_2\cdot(R_1+R_2)}{2\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}}$

Q3 : m=0,5 et fo=1kHz

Q4 : $fc=\frac{1}{2\pi RC}$ donc fc=1kHz

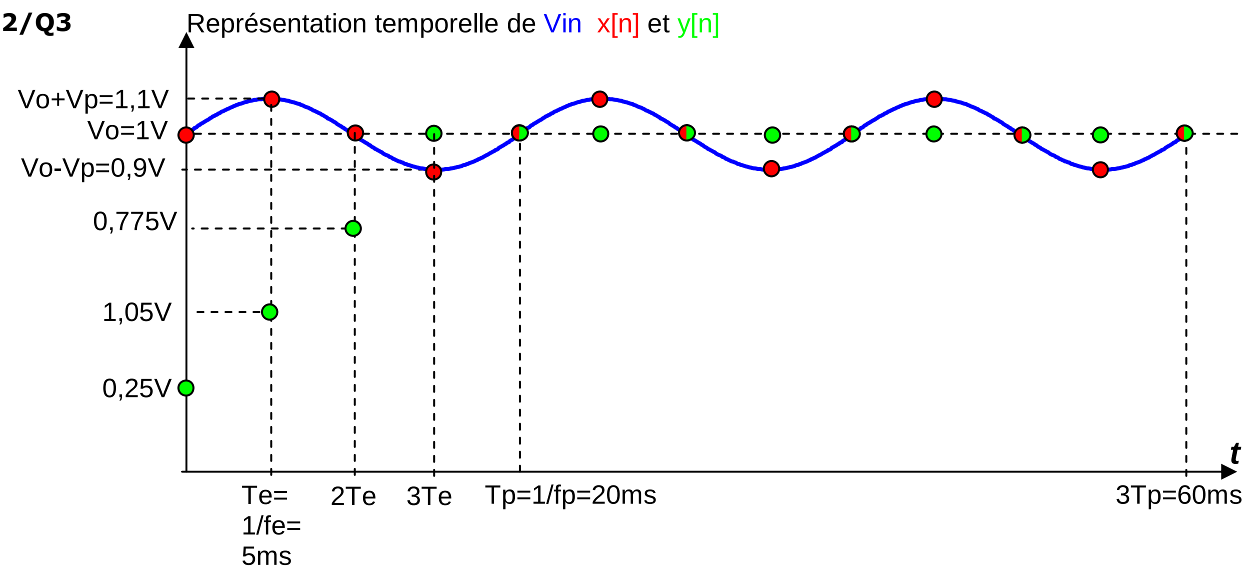
Q5 : A partir des indications concernant les fonctions de transfert normalisée de Butterworth passe bas on remarque que la fonction de transfert d'un filtre du 3ième ordre est constitué d'un second ordre avec une fréquence propre égale à la fréquence de coupure fc et un coefficient d'amortissement m=0,5 suivi d'un filtre passe bas dont la fréquence de coupure est fc. Ceci correspond parfaitement à la réalisation proposé car il s'agit d'un filtre du 3ième ordre et dont la fréquence de coupure est de 1kHz.

Q6 : $|T(jFe/2)|=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{Fe/2}{fc}\right)^{2n}}}=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{4kHz}{1kHz}\right)^{6}}}$ soit |T|=15,62m soit une atténuation de 36dB

Exercice n°2 : Acquisition d'un signal de mesure pour un capteur

Q1 : L'origine de la perturbation correspond à la fréquence du réseau secteur.

Q2/Q3



Le traitement numérique permet de supprimer la composante de perturbation puisque l'on récupère au bout de 4 échantillons la tension Vo en sortie.

Q4 : La quantité fr représente la fréquence relative fr=f/Fe. Cela signifie que le module de la fonction de transfert pour f=Fe/4=50Hz ce qui confirme bien que le filtre supprime la composante à 50Hz.

Exercice n°3 : Etude d'un filtre numérique simple

Q1 : Une multiplication par 2 ou 4 est une simple opération de décalage pour un microcontrôleur ce qui ne nécessite pas un temps de calcul très long.

Q2 : On applique la transformée en z à l'algorithme proposé : Il vient donc $Y(z) = \frac{X(z) + 2.z^{-1}X(z) + z^{-2}X(z)}{4}$

que l'on peut écrire $\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 2.z^{-1} + z^{-2}}{4}$ on reconnait une identité remarquable donc $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\left(1 + z^{-1}\right)^2}{4}$

Q3 : Comme $z^{-1} = e^{-j\omega Te} = \cos(\omega.Te) - j.\sin(\omega.Te)$ alors

$$H(j\omega) = \frac{\left(1 + e^{-j\omega Te}\right)^2}{4} = \frac{\left(e^{\frac{-j\omega Te}{2}} \cdot \left(e^{\frac{+j\omega Te}{2}} + e^{\frac{-j\omega Te}{2}}\right)\right)^2}{4} = e^{-j\omega Te} \cdot \cos^2\left(\frac{\omega Te}{2}\right) \text{ donc } \left|H(j\omega)\right| = \cos^2\left(\frac{\omega.Te}{2}\right)$$

Q4 : pour f=0 $\left|H(j\omega)\right| = 1$ pour f=Fe/4 $\left|H(j\omega)\right| = \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$ pour f=Fe/2 alors $\left|H(j\omega)\right| = 0$

La fréquence de coupure est déterminée en résolvant l'équation $\cos^2\left(\frac{2\pi fc.Te}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

soit $\cos\left(\frac{2\pi fc.Te}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}}}$ donc $fc = \frac{Fe}{\pi} \cdot \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}}}\right) = 0{,}182.Fe$