DV5 : Filtres du 2nd ordre

Eléments de correction

Exercice n°1 : Un filtre à nombres de valeurs réduites

Q1 : Il s'agit d'un simple pont diviseur $V+ = Vs\cdot\frac{R}{R+R(2-k)} = Vs\cdot\frac{1}{1+(2-k)}$ soit $\boxed{V+ = Vs\cdot\frac{1}{3-k}}$

Q2 : En utilisant le théorème de Millmann

$$VA(j\omega)=\frac{\frac{Ve}{R}+\frac{V+}{R}+Vs.jC\omega}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+jC\omega}=\frac{Ve+(V+)+Vs.RjC\omega}{2+RjC\omega}\ \text{soit}\ \boxed{VA(j\omega)=\frac{Ve+\frac{Vs}{3-k}+Vs.RjC\omega}{2+RjC\omega}}$$

Q3 : Il s'agit d'un simple filtre passe bas donc $V+ = VA\cdot\frac{1}{1+jRC\omega}$ soit $\boxed{\frac{Vs}{3-k}=VA\cdot\frac{1}{1+jRC\omega}}$

Q4 : En reprenant les 2 équations précédentes on peut établir que :

$$\frac{Vs}{3-k}\cdot(1+jRC\omega)=VA=\frac{Ve+\frac{Vs}{3-k}+Vs.RjC\omega}{2+RjC\omega}\ \text{soit}\ \frac{Vs}{3-k}\cdot(1+jRC\omega)(2+RjC\omega)=Ve+\frac{Vs}{3-k}+Vs.RjC\omega$$

$$\text{donc}\ \frac{Vs}{3-k}\cdot\left(2+3jRC\omega+(jRC\omega)^2\right)=Ve+\frac{Vs}{3-k}+Vs.RjC\omega\ \text{soit}\ \frac{Vs}{3-k}\cdot\left(2+3jRC\omega+(jRC\omega)^2\right)-\frac{Vs}{3-k}-Vs.RjC\omega=Ve$$

$$\frac{Vs}{3-k}\cdot\left(2+3jRC\omega+(jRC\omega)^2-1-(3-k).jRC\omega\right)=Ve\ \text{soit}\ Vs\cdot\left(1+kjRC\omega+(jRC\omega)^2\right)=Ve\cdot(3-k)$$

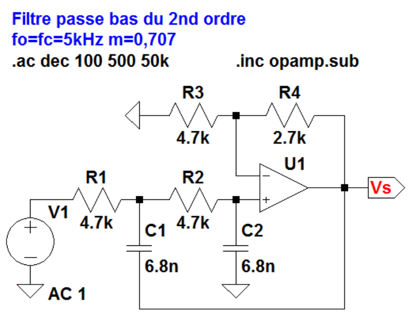
ce qui aboutit à $\boxed{\frac{Vs}{Ve}=\frac{3-k}{1+kjRC\omega+(jRC\omega)^2}}$ de la forme $T(j\omega)=\frac{Vs(j\omega)}{Ve(j\omega)}=\frac{Amax}{1+2m\cdot\frac{j\omega}{\omega o}+\left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}$ qui est la forme canonique d'un filtre passe bas du 2nd ordre.

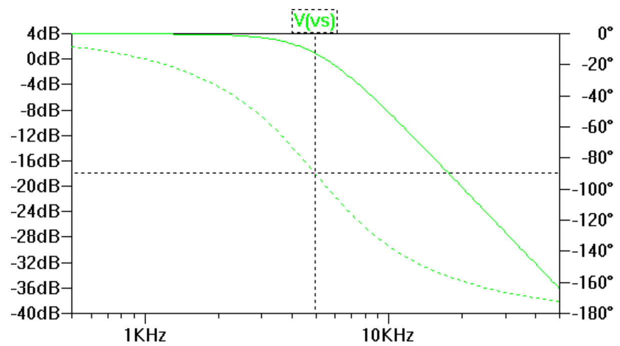
Par identification on en déduit l'amplification maximale $Amax = 3-k$

Le coefficient d'amortissement $m=\frac{k}{2}$ et la pulsation propre $\omega o=\frac{1}{RC}$

Q5 : Comme on fixe $m=\frac{1}{\sqrt{2}}$ alors k= $\sqrt{2}$. Pour ce coefficient d'amortissement la pulsation propre ωo correspond à la fréquence de coupure ωc . Dans ce cas on obtient une réponse fréquentielle la plus plate possible dans la bande passante (réponse de Butterworth).

Q6 : On propose R=4,7kΩ et C=6,8nF . La résistance dont l'expression est R(2-k) prend la valeur 2,75kΩ soit 2,7kΩ dans la série E12.





La simulation permet de vérifier que l'on passe bien à fo=5kHz à -90°. Par ailleurs le gain est de 1dB soit 3dB de moins que le gain max du montage qui est donné par la relation 20.log(3-k)

L'atténuation à 50kHz est bien de -36dB soit 4dB-40dB car il y a une décade entre 50kHz et 5kHz et comme il s'agit d'un filtre passe bas d'ordre 2 la pente est bien de -40dB/dec

Exercice n°2 : Un filtre audio pour tweeter

Q1 : Si l'on désigne par Zeq l'impédance équivalent constitué par L & R en // alors $Zeq = \frac{R \cdot jL\omega}{R + jL\omega}$

Dans ces conditions la fonction de transfert peut s'écrire sous la forme : $T(j\omega) = \frac{Vh(j\omega)}{Va(j\omega)} = \frac{Zeq}{Zeq + \frac{1}{jC\omega}}$

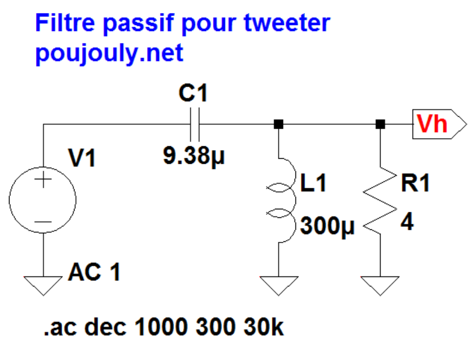
en remplaçant l'expression de Zeq il vient : $T(j\omega) = \frac{\frac{R \cdot jL\omega}{R + jL\omega}}{\frac{R \cdot jL\omega}{R + jL\omega} + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{R \cdot jL\omega \cdot jC\omega}{R \cdot jL\omega \cdot jC\omega + R + jL\omega}$

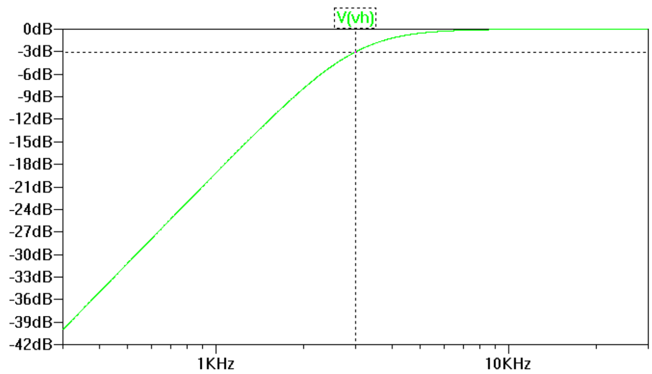
soit $\boxed{T(j\omega) = \frac{LC(j\omega)^2}{1 + \frac{jL\omega}{R} + LC(j\omega)^2}}$

Q2/Q3 : On peut écrire la fonction de transfert sous la forme canonique d'un filtre passe haut du 2nd ordre tel que $\boxed{T(j\omega) = \frac{\left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}{1 + 2m \cdot \left(\frac{j\omega}{\omega o}\right) + \left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}}$ Par identification on en déduit que $\boxed{\omega o = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ et $\boxed{m = \frac{L\omega o}{2R} = \frac{1}{2R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}}$

Q4: Des équations précédentes on peut écrire que $L = \frac{R.m}{\pi \cdot fo}$ avec fo=fc=3kHz car m=0,707

Par ailleurs $C = \frac{1}{L \cdot (2\pi fo)^2}$ donc on en déduit $\boxed{\text{L=300µH et C=9,38µF}}$





Exercice n°3 : Un filtre réjecteur pour 50Hz

Corrigé disponible ultérieurement