



2nd ordre passe bas

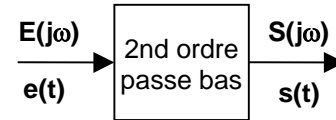
Définition & Formes canoniques

Equation différentielle :

$$e(t) = \frac{1}{\omega\omega^2} \cdot \frac{d^2s(t)}{dt^2} + \frac{2m}{\omega\omega} \cdot \frac{ds(t)}{dt} + s(t)$$

Fonction de transfert complexe :

$$T(j\omega) = \frac{S(j\omega)}{E(j\omega)} = \frac{1}{1 + 2m \frac{j\omega}{\omega\omega} + \frac{(j\omega)^2}{\omega\omega^2}}$$



f_0 : fréquence propre
 $\omega\omega$: pulsation propre
 m : coefficient d'amortissement
 $Q = \frac{1}{2m}$: Facteur de qualité

Réponse indicielle

L'entrée $e(t)$ est un échelon d'amplitude 1V.

• Si $m > 1$: réponse aperiodique

$$s(t) = 1 + \frac{1}{\omega_1 - \omega_2} \cdot (\omega_2 \exp(-\omega_1 t) - \omega_1 \exp(-\omega_2 t))$$

avec $\omega_1 = \omega\omega(m + \sqrt{m^2 - 1})$ et $\omega_2 = \omega\omega(m - \sqrt{m^2 - 1})$

• Si $m = 1$: réponse aperiodique critique

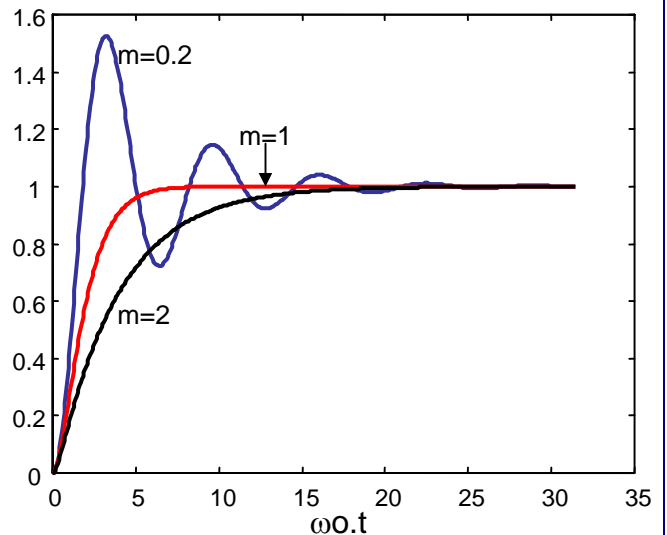
$$s(t) = 1 - (1 + \omega\omega t) \cdot \exp(-\omega\omega t)$$

• Si $m < 1$: réponse pseudo periodique

$$s(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - m^2}} \cdot e^{-m\omega\omega t} \cdot \sin(\omega_p t + \varphi)$$

avec $\omega_p = \omega\omega \cdot \sqrt{1 - m^2}$ et $\varphi = \arccos(m)$

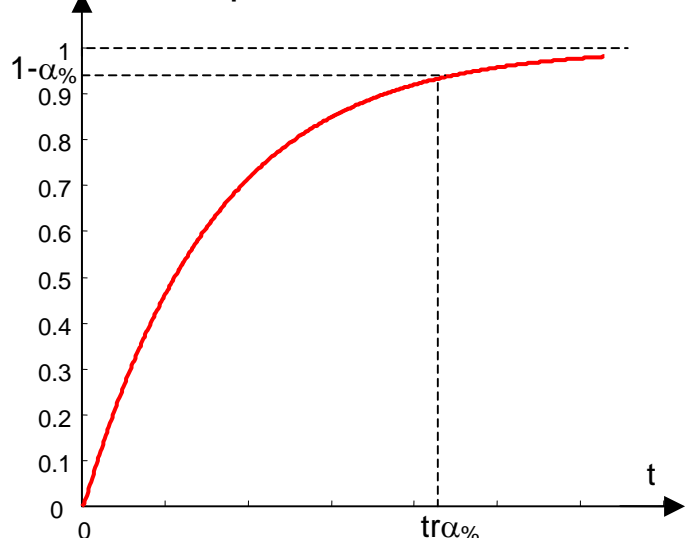
Réponse indicielle



Caractérisation des réponses pour $m > 1$

$$tr_{5\%} = \frac{3}{\omega\omega \cdot (m - \sqrt{m^2 - 1})}$$

Réponse indicielle $m > 1$



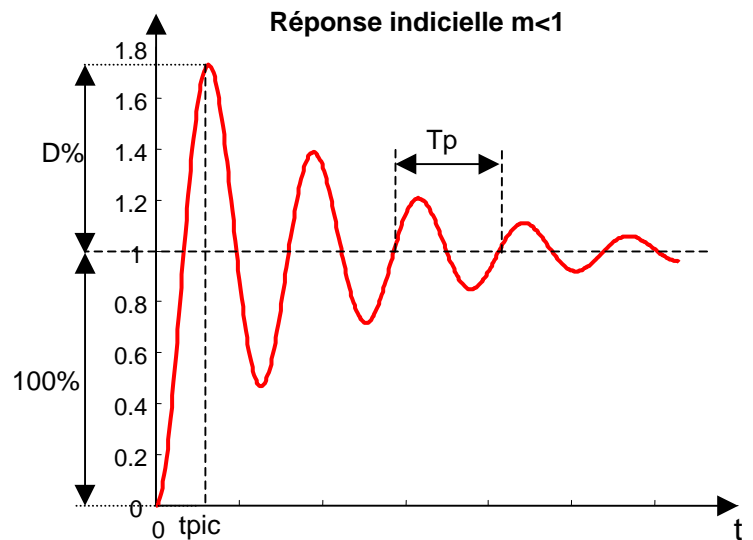
Caractérisation des réponses pour $m < 1$

$$\omega_p = \frac{2\pi}{T_p}$$

$$t_{pic} = \frac{T_p}{2} = \frac{\pi}{\omega \cdot \sqrt{1-m^2}}$$

$$D\% = 100 \cdot \exp\left(\frac{-\pi m}{\sqrt{1-m^2}}\right)$$

$$\frac{D_n}{D_{n+1}} = \exp\left(\frac{2m\pi}{\sqrt{1-m^2}}\right)$$



Réponse fréquentielle

- Si $m > \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$

Il n'y a pas de résonance

- Si $m = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$

Il s'agit d'une réponse de Butterworth
La courbe de gain est alors « la plus plate »

- Si $m < \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$

Il existe un phénomène de résonance

Pulsation de coupure (à -3db):

$$\omega_c = \omega \cdot \sqrt{1-m^2 + \sqrt{1+(1-2m^2)^2}}$$

Pulsation de résonance :

$$\omega_r = \omega \cdot \sqrt{1-2m^2}$$

Gain à la pulsation de résonance

$$Gr = 20 \cdot \log\left(\frac{1}{2m \cdot \sqrt{1-m^2}}\right)$$

