Module SEI S2 2020 - Chapitre 2

Introduction au Traitement Numérique du Signal (TNS)

université PARIS-SACLAY

IUT DE CACHAN

Dépt GEii1 DUT S2

Chap 2.2 : Synthèse de filtre analogique

Plan de la présentation

1. Synthèse de filtre d'ordre supérieur à 2
2. Fonction d'approximation de Butterworth & démarche associée
3. Synthèse d'un filtre : Principe de la démarche & Outils associés
4. Etude d'un exemple dans un contexte de chaine de TNS

Formation à distance

S2 DUT GEii1

poujouly.net

Stéphane POUJOULY
http://poujouly.net
stephane.poujouly@universite-paris.saclay.fr
@poujouly @poujouly stephane.poujouly
IUT CACHAN Département Geii1
9 bd de la Div Leclerc 94230 CACHAN

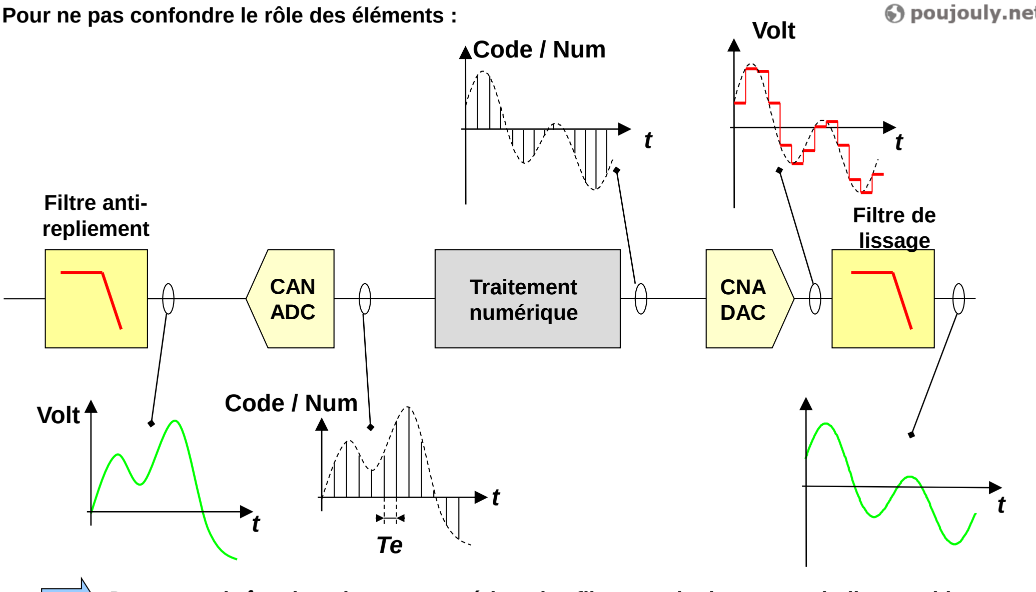
1 Des filtres dans une chaine de TNS

Formation à distance

S2 DUT GEii1

poujouly.net

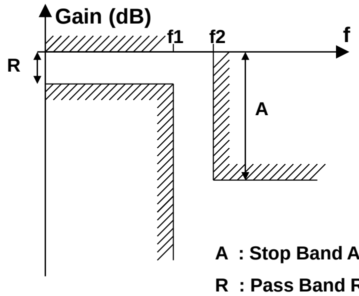
Pour ne pas confondre le rôle des éléments :



Dans une chaîne de traitement numérique les filtres analogiques sont indispensables

1 Gabarit & Fonction de transfert

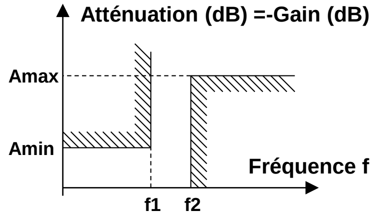
Gabarit en gain



A : Stop Band Attenuation

R : Pass Band Ripple

Gabarit en atténuation



Dans quelques ouvrages ou domaines d 'utilisations des filtres on parle aussi de fonction d 'atténuation

Fonction de transfert d'un filtre passe bas basique

La fonction de transfert recherchée peut se mettre sous la forme ci-contre ou n est l'ordre du filtre.

$$T(j\omega) = \frac{A\max}{1 + a_1.j\omega + a_2.(j\omega)^2 + .. + a_n.(j\omega)^n}$$

Produit de fonction de transfert du 1er et/ou 2nd ordre

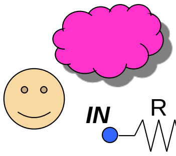
Si n est impair $M = \frac{n-1}{2}$

$$T(j\omega) = \frac{A\max}{1 + \frac{j\omega}{\omega c1}} \cdot \prod_{K=1}^{M} \frac{1}{1 + 2m_K \frac{j\omega}{\omega o_K} + \left(\frac{j\omega}{\omega o_K}\right)^2}$$

Si n est pair $P = \frac{n}{2}$

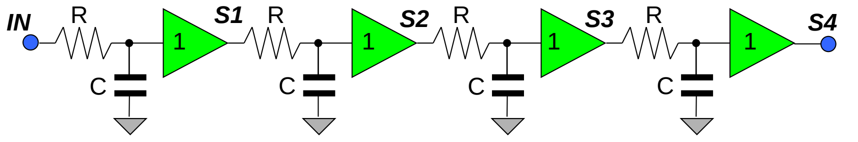
$$T(j\omega) = A\max . \prod_{K=1}^{P} \frac{1}{1 + 2m_K \frac{j\omega}{\omega o_K} + \left(\frac{j\omega}{\omega o_K}\right)^2}$$

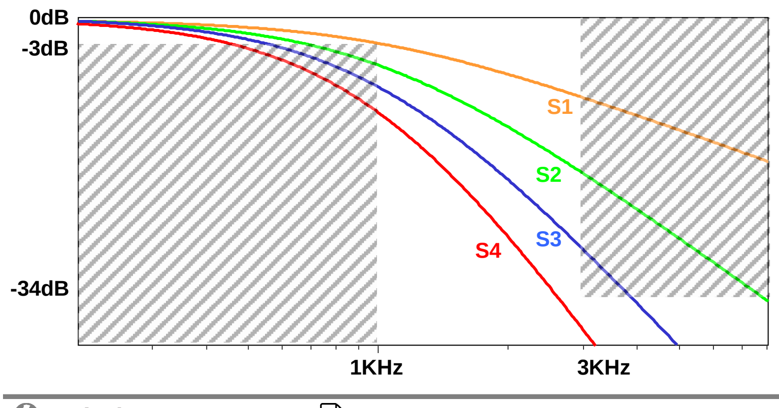
1 Ordre élevé = on empile les filtres ?



Passe bas d'ordre élevé ?

il suffit de cascader des filtres RC du 1er ordre…..





Pour concevoir un filtre d'ordre élevé il ne suffit pas « d'empiler » les filtres les uns après les autres !

Il faut rechercher des fonctions de transferts capable de s'inscrire dans le gabarit : C'est le rôle des fonctions d'approximations.

2 Approximation de Butterworth

Définition

Le module de la fonction de transfert des filtres de Butterworth est tel que :

$$|T(x)| = \frac{1}{\sqrt{1+(x)^{2n}}}$$

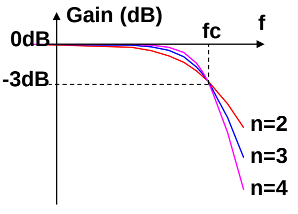
x représente la fréquence normalisée $x = \frac{f}{fc}$ et n représente l 'ordre du filtre

Le module de la fonction de transfert peut s 'écrire $|T(f)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^{2n}}}$

On vérifie bien que fc représente la fréquence de coupure à -3dB $\forall n \, / \, |T(fc)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Caractéristiques

- Pour un ordre n donné, atténuation moyenne
- Courbe de gain la + plate dans la bande passante
- Temps de propagation de groupe peu constant



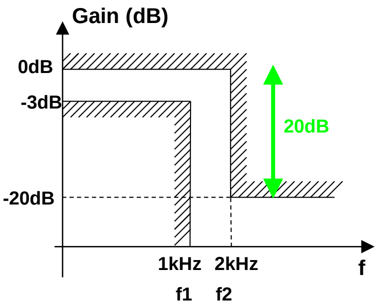
Fonction de transfert du passe bas « prototype »

Ordre	Fonction de transfert
2	$\frac{1}{1+1{,}4142\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}$
3	$\frac{1}{1+\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+\left(\frac{jf}{fc}\right)}$
4	$\frac{1}{1+1{,}8477\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+0{,}7653\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}$
5	$\frac{1}{1+1{,}618\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+0{,}616\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+\left(\frac{jf}{fc}\right)}$

Formation à distance
S2 DUT GEii1
poujouly.net

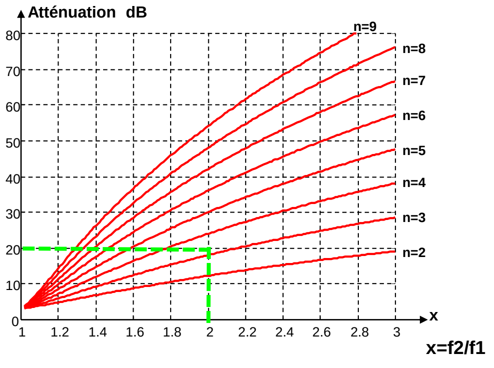
2 Un exemple de conception basique

Exemple de départ



f1 = fc = fréquence de coupure à -3dB

Utilisation des « abaques »

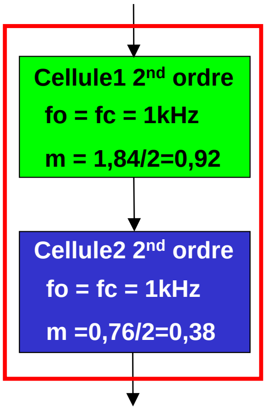


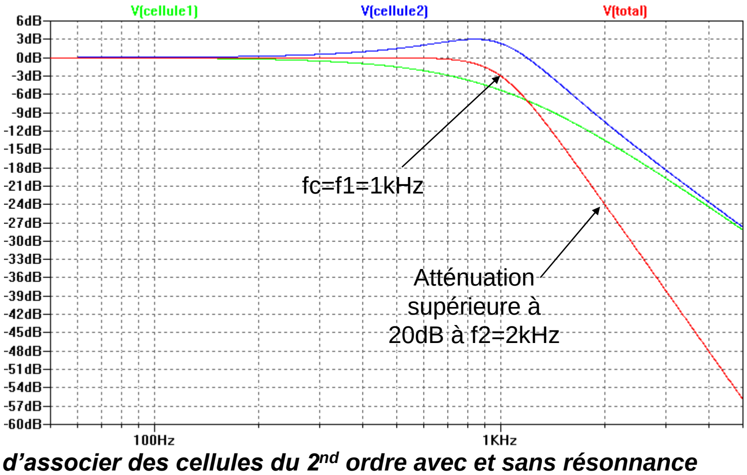
NB : La détermination de l'ordre est possible par calcul dans le cas des filtres de Butterworth

2 Principe de l'approximation de Butterworth

Réalisation (synoptique) :

$$\frac{1}{1+1{,}8477\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+0{,}7653\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}$$





Butterworth ou l'art d'associer des cellules du 2nd ordre avec et sans résonnance pour obtenir une réponse fréquentielle la plus plate possible en bande passante.

3 Principe de l'approximation de Chebyshev

L'art d'associer des cellules du 2nd ordre avec une plus forte résonnance pour bénéficier d'une forte pente en composant par des filtres avec des fréquences de coupure plus petite pour rester à l'intérieur du gabarit.

On obtient alors des ondulations dans la bande passante comme dans l'exemple d'une fonction de Chebyshev d'ordre 3 proposé ci-dessous.

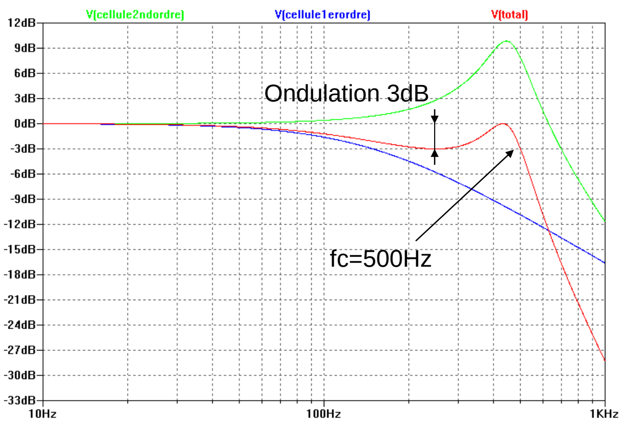
$$T(jf)=\frac{1}{1+3{,}349\,\frac{jf}{fc}}\cdot\frac{1}{1+0{,}356\cdot\frac{jf}{fc}+1{,}192\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}$$

De la forme

$$T(jf)=\frac{1}{1+\frac{jf}{fc1}}\cdot\frac{1}{1+2m\,\frac{jf}{fo}+\left(\frac{jf}{fo}\right)^2}$$

Avec

$$fc1=\frac{fc}{3{,}349}\qquad fo=\frac{fc}{\sqrt{1{,}192}}\qquad m=\frac{0{,}356}{2\sqrt{1{,}192}}=0{,}163$$



3 Approximation de Chebyshev

Définition

Le module de la fonction de transfert des filtres de Chebyshev est tel que :

$$|T(x)| = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2 . C_n^2(x)}}$$

x représente la fréquence normalisée $x = \frac{f}{fc}$ et n représente l 'ordre du filtre

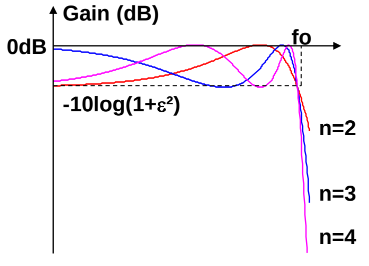
Cn(x) est un polynôme défini par récurrence et n représente l 'ordre du filtre

$$\begin{cases} C_1(x) = x \quad C_0(x) = 1 \\ C_{n+1}(x) = 2x.C_n(x) - C_{n-1}(x) \end{cases}$$

ε est un nombre qui permet de fixer l 'ondulation en bande passante

Caractéristiques

- Ondulation en bande passante
- Pour un ordre n donné, atténuation beaucoup plus importante que les autres approximations
- Temps de propagation de groupe très peu constant



Fonction de transfert du passe bas « prototype »

Ordre	Fonction de transfert
2	$\frac{0{,}7079}{1+0{,}9109\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+1{,}4125\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}$
3	$\frac{1}{1+0{,}3559\left(\frac{jf}{fc}\right)+1{,}1916\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+3{,}3487\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)}$
4	$\frac{0{,}7079}{1+0{,}1886\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+1{,}1073\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+2{,}0984\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+5{,}1026\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}$

3 Démarche pour la conception d'un filtre

Si besoin : redéfinition du cahier des charges pour un ordre trop élevé

Définition d 'un cahier des charges

Type du filtre : passe bas, passe haut, passe bande,...

Définition du gabarit en fonction des performances souhaités

Calcul de l'ordre pour les différentes fonctions d'approximation

Choix de la fonction d 'approximation

Détermination de la fonction de transfert en structure du 1er et du 2nd ordre

Choix des structures ou des composants pour la réalisation

Prise en compte des critères : Coût, intégration, réglages,...

Dépend fortement du logiciel utilisé

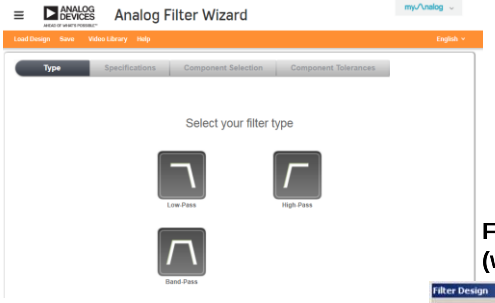
Schéma prêt à l'emploi avec les valeurs des composants

NB : Il est possible d'effectuer cette démarche « à la main » pour des réalisations d'ordre peu élevé

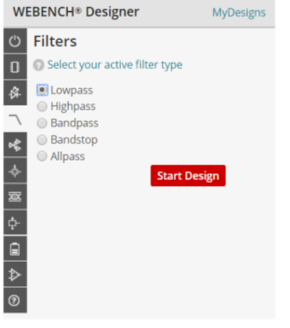
3 Logiciel de conception : En ligne ou à télécharger

Formation à distance
S2 DUT GEii1
poujouly.net

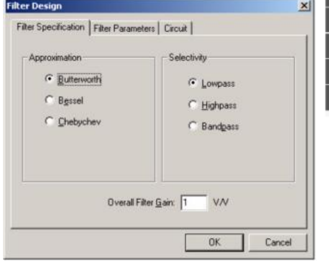
Analog Filter Wizard
Analog Devices



WEBENCH® Filter Designer
Active filter designs within minutes!
Texas Instrument

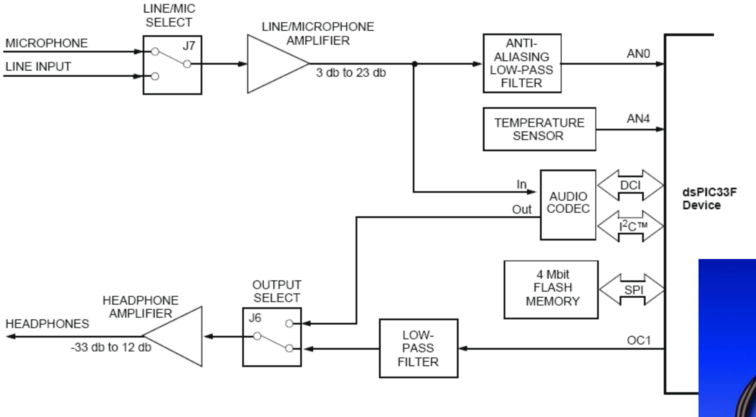


Filter LAB V2.0
(www.microchip.com)

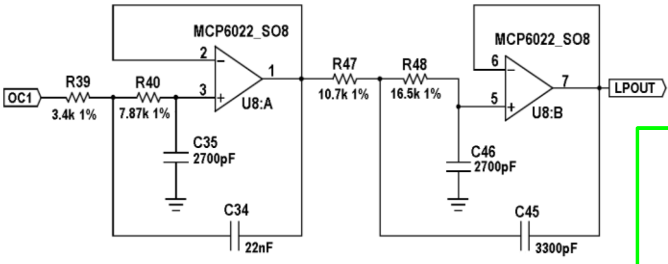


4 Exemple de filtre dans une chaine TNS

Formation à distance
S2 DUT GEii1
poujouly.net



4 Le filtre de lissage



Cellule n°1

fo1 = 4kHz

m1 = 0,38

Cellule n°2

fo2 = 4kHz

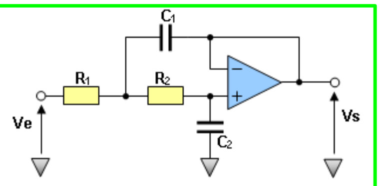
m2 = 0,925

Fonction de transfert Butterworth du 4ième ordre

$$\frac{1}{1+\boxed{1,8477}\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+\boxed{0,7653}\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}$$

2.m2 **2.m1**

fc=fo1=fo2=4kHz



$$\frac{Vs(j\omega)}{Ve(j\omega)}=\frac{1}{1+jC_2\omega(R_1+R_2)+(j\omega)^2C_1C_2R_1R_2}$$

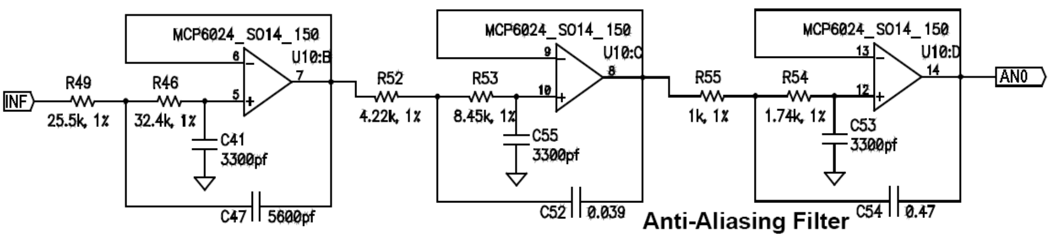
$$\frac{Vs(j\omega)}{Ve(j\omega)}=\frac{1}{1+2m\cdot\frac{j\omega}{\omega o}+\left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}$$

$$fo=\frac{1}{2\pi\sqrt{C_1C_2R_1R_2}}\qquad m=\frac{C_2(R_1+R_2)}{2\sqrt{C_1C_2R_1R_2}}$$

Cellule de Sallen & Key

4 Le filtre anti-repliement

Formation à distance
S2 DUT GEii1
poujouly.net

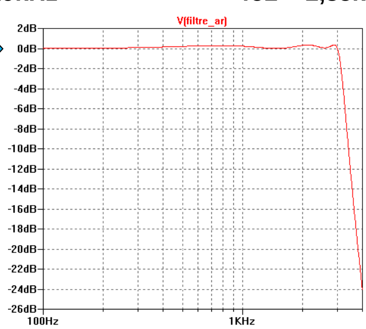


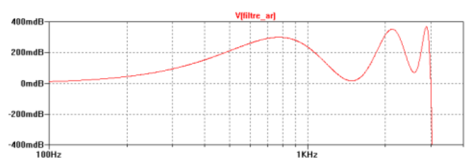
Anti-Aliasing Filter

fo1 = 1,29kHz **fo2 = 2,35kHz** **fo3 = 3kHz**

fo1 ≠ fo2 ≠ fo3

~~Approximation de Butterworth~~





Approximation de Chebyshev

Ondulation 0,4dB

fc=3kHz