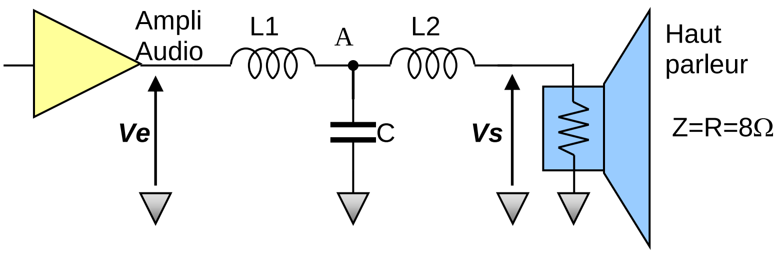
TDAD_FILT : Synthèse de filtre analogique

Me 29 avril 2020 — **Eléments de correction**

Exercice 3 : Un filtre passif pour enceinte — 11h00

Q1 : On applique le théorème de Millman au point A donc :



$$VA = \frac{\dfrac{Ve}{jL1\omega} + \dfrac{Vs}{jL2\omega}}{\dfrac{1}{jL1\omega} + \dfrac{1}{jL2\omega} + jC\omega}$$

En multipliant jL1L2ω au numérateur et dénominateur il vient :

$$VA = \frac{Ve.L2 + Vs.L1}{L2 + L1 + (j\omega)^2 L1.L2.C}$$

Entre Vs et VA on reconnait une structure de type pont diviseur donc

$$Vs = \frac{R}{jL2\omega + R} \cdot VA \quad \text{soit} \quad Vs \cdot \frac{jL2\omega + R}{R} = VA$$

En regroupant le 2 équations précédentes il vient : $Vs \cdot \dfrac{jL2\omega + R}{R} = \dfrac{Ve.L2 + Vs.L1}{L2 + L1 + (j\omega)^2 L1.L2.C}$

que l'on peut écrire :

$$Vs \cdot (jL2\omega + R) \cdot \left(L2 + L1 + (j\omega)^2 L1.L2.C\right) = Ve.RL2 + Vs.RL1$$

$$Vs \cdot \left(jL2\omega(L2 + L1) + (j\omega)^3 L1.L2^2.C + R(L2 + L1) + (j\omega)^2 RL1.L2.C\right) = Ve.RL2 + Vs.RL1$$

$$Vs \cdot \left(jL2\omega(L2 + L1) + (j\omega)^3 L1.L2^2.C + R.L2 + (j\omega)^2 RL1.L2.C\right) = Ve.RL2$$

$$Vs \cdot \left(\frac{j\omega(L2 + L1)}{R} + \frac{(j\omega)^3 L1.L2^2.C}{R} + 1 + (j\omega)^2 L1.C\right) = Ve$$

$$\text{Soit } Vs \cdot \left(\frac{j\omega(L2 + L1)}{R} + \frac{(j\omega)^3 L1.L2^2.C}{R} + 1 + (j\omega)^2 L1.C\right) = Ve$$

$$\text{Donc } \boxed{\frac{Vs}{Ve} = \frac{1}{1 + \dfrac{j\omega(L2 + L1)}{R} + (j\omega)^2 L1.C + \dfrac{(j\omega)^3 L1.L2^2.C}{R}}}$$

On obtient donc une fonction de transfert de type passe bas du 3ième ordre soit avec une pente de -60dB/dec.
On sait que 20dB/dec correspond à 6dB/oct
Donc -60dB/dec correspond à -18dB/oct

Q2 : La réponse de Butterworth pour un filtre d'ordre 3 est de la forme

$$T(j\omega)=\frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega c}+\left(\frac{j\omega}{\omega c}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega c}}=\frac{1}{1+2\cdot\frac{j\omega}{\omega c}+2\cdot\left(\frac{j\omega}{\omega c}\right)^2+\left(\frac{j\omega}{\omega c}\right)^3}.$$

Donc par identification il vient :

$$\frac{(L2+L1)}{R}=\frac{2}{\omega c}\quad(1)$$

$$L1C=\frac{2}{\omega c^2}\quad(2)$$

$$\frac{L1.L2C}{R}=\frac{1}{\omega c^3}\quad(3)$$

En effectuant le rapport entre (3) et (2) on obtient simplement $\frac{L2}{R}=\frac{1}{2.\omega c}$

Donc $\boxed{L2=\frac{R}{2.\omega c}=795{,}8\mu H}$ comme l'équation (1) peut s'écrire $L2+L1=\frac{2R}{\omega c}$

On en déduit que $\boxed{L1=\frac{2R}{\omega c}-\frac{R}{2\omega c}=\frac{3R}{2\omega c}=2{,}39mH}$

A partir de l'équation 2 on en déduit $\boxed{C=\frac{2}{L1.\omega c^2}=\frac{4}{3R.\omega c}=33\mu F}$

Q3 :