



## Éléments de correction

### Partie A : Traitement Numérique du Signal [27pts]

#### Pb n°1 : Analyse d'un filtre en entrée d'un convertisseur

*#Filtrage électrique #Fonctions d'approximation*

**Q1 :** Il s'agit d'un filtre qui permet de laisser des composantes fréquentielles supérieures à  $F_e/2$  qui provoquent l'apparition de composantes fréquentielles dans la bande  $0 - F_e/2$  après un échantillonnage.  $F_e > 2 \cdot F_{max}$ .

**Q2 :** La fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{S(j\omega)}{E(j\omega)} = \frac{1}{1 + jC_2\omega(R_1 + R_2) + (j\omega)^2 C_1 C_2 R_1 R_2}$  est de la forme

$$T(j\omega) = \frac{1}{1 + 2m \frac{j\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2} \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \text{ donc } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \text{ et } m = \frac{C_2 \cdot (R_1 + R_2)}{2\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

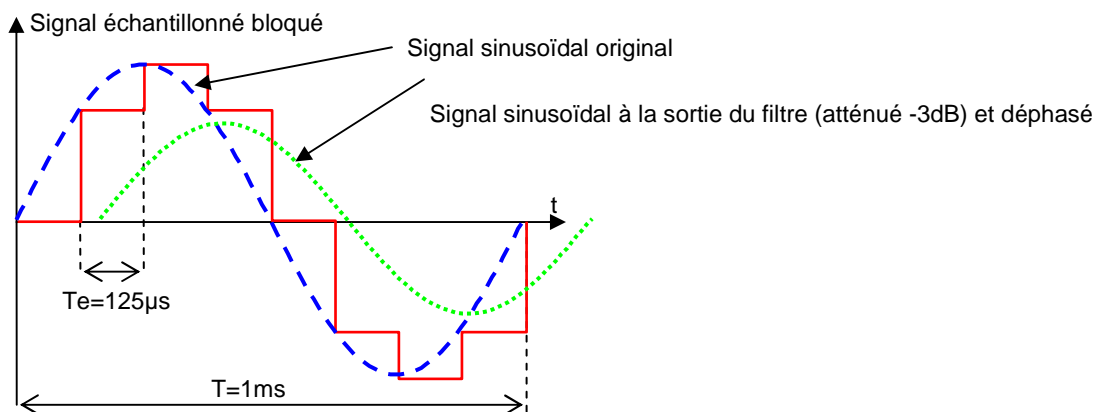
**Q3 :**  $m=0,5$  et  $f_0=1\text{kHz}$

**Q4 :**  $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$  donc  $f_c=1\text{kHz}$

**Q5 :** A partir des indications concernant les fonctions de transfert normalisée de Butterworth passe bas on remarque que la fonction de transfert d'un filtre du 3ième ordre est constitué d'un second ordre avec une fréquence propre égale à la fréquence de coupure  $f_c$  et un coefficient d'amortissement  $m=0,5$  suivi d'un filtre passe bas dont la fréquence de coupure est  $f_c$ . Ceci correspond parfaitement à la réalisation proposé car il s'agit d'un filtre du 3ième ordre et dont la fréquence de coupure est de 1kHz.

**Q6 :**  $|T(jF_e/2)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{F_e/2}{f_c}\right)^{2n}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{4\text{kHz}}{1\text{kHz}}\right)^6}}$  soit  $|T|=15,62\text{m}$  soit une atténuation de 36dB

**Q7 :** En sortie d'un convertisseur numérique analogique ce filtre porte le nom de filtre de lissage (Smoothing Filter)



## Pb n°2 : Etude d'un filtre numérique basique

#Fonction de transfert en z #Calcul complexe #Equation de récurrence

$$Q1 : H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{2,4 - 2,4 \cdot \cos(\omega \cdot T_e) + 2,4j \cdot \sin(\omega \cdot T_e)}{3,4 - 1,4 \cdot \cos(\omega \cdot T_e) + 1,4j \cdot \sin(\omega \cdot T_e)}$$
 de la forme indiquée avec

$$A = 2,4 - 2,4 \cdot \cos(\omega \cdot T_e) \quad C = 3,4 - 1,4 \cdot \cos(\omega \cdot T_e) \quad B = 2,4 \cdot \sin(\omega \cdot T_e) \quad D = 1,4 \cdot \sin(\omega \cdot T_e)$$

$$Q2 : H(j\omega) = \frac{A + jB}{C + jD} \text{ donc } |H(j\omega)| = \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{\sqrt{C^2 + D^2}} \text{ comme } \cos(\omega \cdot T_e) = \cos\left(\frac{2\pi f}{F_e}\right) \sin(\omega \cdot T_e) = \sin\left(\frac{2\pi f}{F_e}\right) \text{ alors :}$$

f	cos(ω.Te)	sin(ω.Te)	A	B	C	D	H(jω)
0	1	0	0	0	2	0	0
Fe/8	cos(π/4)=0,707	sin(π/4)=0,707	0,703	1,697	2,41	0,990	0,705
Fe/4	cos(π/2)=0	sin(π/2)=1	2,4	2,4	3,4	1,4	0,923
Fe/2	cos(π)=-1	sin(π)=0	4,8	0	4,8	0	1

On constate clairement qu'il s'agit d'un filtre passe haut avec une fréquence de coupure très proche de Fe/8.

Q3 : A partir de la fonction de transfert en z on peut écrire :

$$3,4 \cdot Y(z) - 1,4 \cdot z^{-1} \cdot Y(z) = 2,4 \cdot X(z) - 2,4 \cdot z^{-1} \cdot X(z) \text{ soit } 3,4 \cdot y[n] - 1,4 \cdot y[n-1] = 2,4 \cdot x[n] - 2,4 \cdot x[n-1]$$

$$\text{donc } 3,4 \cdot y[n] - 1,4 \cdot y[n-1] = 2,4 \cdot x[n] - 2,4 \cdot x[n-1] \text{ donc } y[n] = \frac{2,4 \cdot x[n] - 2,4 \cdot x[n-1] + 1,4 \cdot y[n-1]}{3,4}$$

n	0	1	2	3	4	5
x[n]	0	1	1	1	1	1
x[n-1]	0	0	1	1	1	1
y[n]	0	0,706	0,291	0,120	0,049	0,02
y[n-1]	0	0	0,706	0,291	0,120	0,049

Comme le filtre est un passe haut on constate que y[n] tend vers 0 car l'entrée est une composante continue.

## Pb n°3 : Mise en œuvre et implantation d'un filtre numérique notch

#Fonction de transfert en z #Equation de récurrence #Implantation sur μC #Scilab

Q1 : En observant le programme on constate que la durée de traitement correspond à la durée ou la sortie Fe est à l'état haut soit environ 2,5div x 250μs = 625μs. Pour que le traitement numérique se déroule dans de bonnes conditions il faut que cette durée soit inférieure à la durée d'une période d'échantillonnage soit 1ms (Fe=1kHz)

Comme la fréquence n'est pas à 1kHz cela signifie que la fréquence interne du μC n'est pas à 16MHz précisément mais à 16000x985,407Hz=15,767MHz. Pour obtenir 1kHz il faut donc choisir un nouveau CCR0 à la valeur de 15767

Q2 :

```
#include "msp430g2553.h"
float Xn_2, Xn_1, Yn_1, Yn_2, Xn, Yn;

void setup()
{
    P1DIR=0xFD; P2DIR=0xFF; // Port P1 en sortie sauf P1.1 Entrée ADC
    P2SEL=P2SEL&~0x40; // Port P2 en sortie
    P2SEL=P2SEL&~0x80;
    Xn_1=0; Xn_2=0; Yn_1=0; // Initialisation
    ADC10AE0 |= 0x02; // Configuration du convertisseur A/N sur P1.1
    ADC10CTL0 = SREF_0 + ADC10SHT_2 + REFON + ADC10ON;
    ADC10CTL1 = INCH_1;
    CCTL0 = CCIE; // Configuration du timer
    TACTL = TASSEL_2 + MC_1;
    CCR0 = 16000; // Réglage de la fréquence Fe=16MHz/CCR0
    _BIS_SR(GIE); // Validation de l'interruption timer
}

void loop() {} // on ne fait rien en attendant l'interruption

#pragma vector=TIMER0_A0_VECTOR // Sous routine d'interruption
__interrupt void timerA0ISR(void)
{
    P1OUT=P1OUT|0x20; // Mise à 1 de la sortie Fe
    ADC10CTL0 |= ENC + ADC10SC; // Echantillonnage de l'entrée
    while (ADC10CTL1 & ADC10BUSY); // Attente conversion
    Xn=ADC10MEM; // CAN 10 bits

    Yn=Xn+Xn_2-1.902*Xn_1+1.864*Yn_1-0.96*Yn_2;

    P2OUT=Yn/4; // Mise à l'échelle pour le DAC 8 bits

    Xn_2=Xn_1;
    Xn_1=Xn;
    Yn_2=Yn_1;
    Yn_1=Yn;

    P1OUT=P1OUT&~0x20; // Mise à 0 de la sortie Fe
}
```

Q3 : On utilise une division par 4 pour effectuer une mise à l'échelle du DAC 8bits. En effet l'entrée Xn est sur 10 bits et en divisant par 4 on décale de 2 bits ce qui correspond à la taille des 8 bits du DAC.

```

Q4 :
Fe=1000;
num=[1 -1.902 1];
den=[1 -1.864 0.96];
[H,fr]=frmag(num,den,1000);
plot(fr*Fe,H);

```

#### Pb n°4 : Etude d'un correcteur audio numérique avec Scilab

#Scilab #Synthèse de filtre numérique

**Q1 :**

$$H(z) = \frac{1 + \frac{a}{b1} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}{1 + \frac{a}{b2} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} = \frac{1+z^{-1} + \frac{a}{b1} \cdot (1-z^{-1})}{1+z^{-1} + \frac{a}{b2} \cdot (1-z^{-1})} = \frac{1 + \frac{a}{b1} + z^{-1} \cdot \left(1 - \frac{a}{b1}\right)}{1 + \frac{a}{b2} + z^{-1} \cdot \left(1 - \frac{a}{b2}\right)}$$

de la forme  $H(z) = \frac{A+B.z^{-1}}{C+D.z^{-1}}$

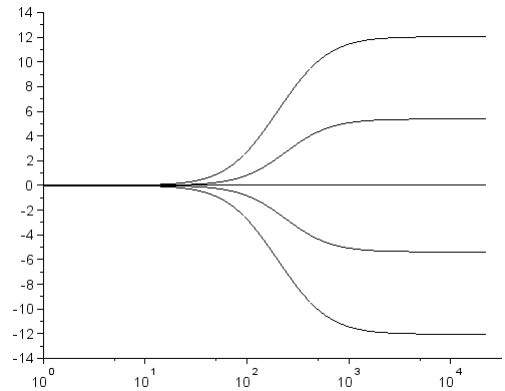
avec  $A = 1 + \frac{a}{b1}$   $B = 1 - \frac{a}{b1}$   $C = 1 + \frac{a}{b2}$   $D = 1 - \frac{a}{b2}$

**Q2 :** Script complété :

```

01 function [num, den]=TrebleNum(alpha, Fe, fx)
02     b1=1+3*alpha;
03     b2=4-3*alpha;
04     a=1/tan(%pi*fx/Fe);
05     num=[1+a/b1 1-a/b1];
06     den=[1+a/b2 1-a/b2];
07 endfunction
08 fx=100;
09 Fe=44.1e3;
10 N=22050;
11 alpha=[0 0.25 0.5 0.75 1];
12 for i=1:5,
13     [num,den]=TrebleNum(alpha(i),Fe,fx);
14     [H,fr]=frmag(num,den,N);
15     gaindB=20*log10(Hn(2:N));
16     F=Fe*fr(2:N);
17     plot2d("ln",F,gaindB);
18 end

```



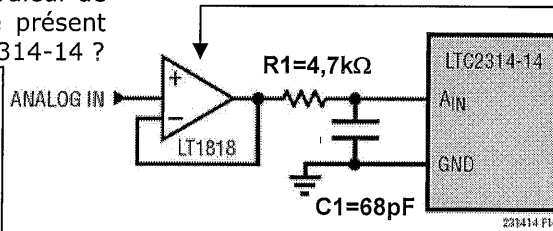
**Q3 :** On obtient le tracé pour les 5 valeurs du coefficient alpha du correcteur aigue.

## Partie B : Les fondamentaux du module SEI [ 17 pts ]

Pour cette partie de devoir on vous propose de répondre directement dans les cases prévues à cet effet.

**Q1 :** Quelle est l'expression et la valeur de la fréquence de coupure du filtre présent sur l'entrée du convertisseur LTC2314-14 ?

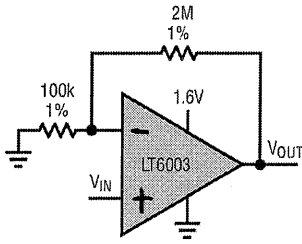
$$f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} = 998 \text{ kHz}$$



**Q2 :** Quel est le nom du montage à ampli-op ?

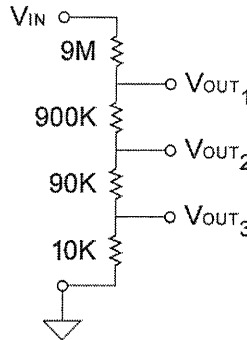
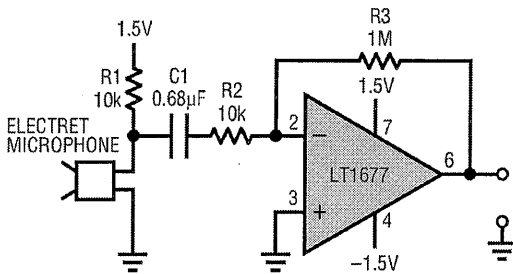
Suiveur

**Q3 :** Quelle est la valeur du gain en dB de cet ampli ?



$$20 \log \left( 1 + \frac{2\text{M}}{100\text{k}} \right) = 26,4 \text{ dB}$$

### 3V Electret Microphone Amplifier



**Q4 :** Si l'on connecte une tension de 15V sur l'entrée VIN, quelle est la tension mesurée sur la sortie VOUT2 ?

$$V_{out2} = V_{in} \times \frac{10\text{k} + 90\text{k}}{900\text{k} + 90\text{k} + 10\text{k} + 90\text{k}}$$

$$V_{out2} = 150 \text{ mV}$$

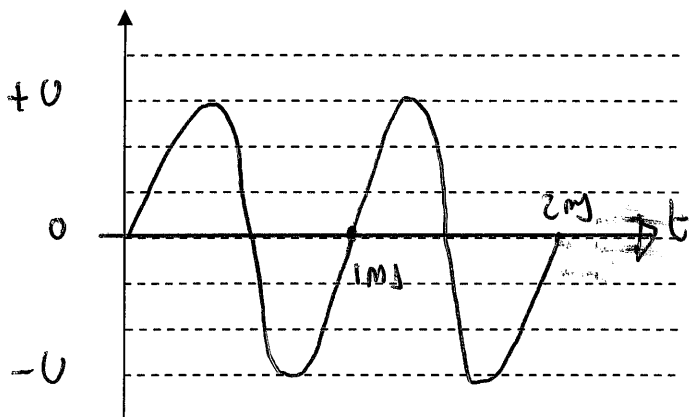
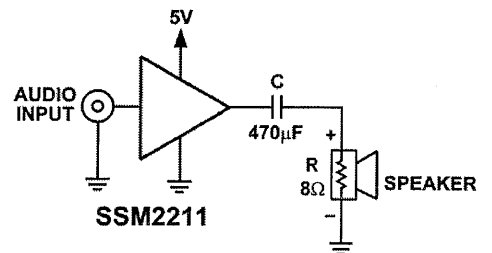
**Q5 :** Quel est le type de filtre formé par C1 & R2 sur le schéma ci-contre, quelle est la fréquence de coupure ?

Passe haut  $f_c = \frac{1}{2\pi C_1 R_2} = 23,4 \text{ Hz}$

**Q6 :** Quelle est l'expression et la valeur de l'amplification linéaire du montage ci-dessus pour une fréquence en sortie du microphone de 1kHz ?

$$-\frac{R_3}{R_2} = -100$$

**Q7 :** Le circuit SSM2211 est alimenté sous une tension simple 5V et lorsque l'on connecte un signal audio sinusoïdal de test en entrée on obtient à la sortie de l'amplificateur le signal :  $S(t) = S_0 + U \cdot \sin(2\pi \cdot f_1 \cdot t)$  avec  $S_0 = 2,5\text{V}$ ,  $U = 1\text{V}$  et  $f_1 = 1\text{kHz}$ . Représenter la tension aux bornes du haut parleur au cours du temps



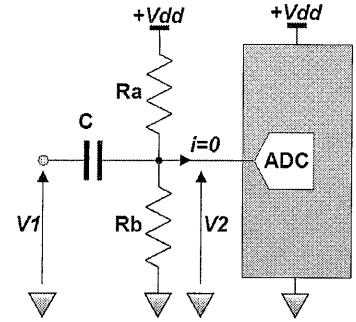
**Q8 :** Exprimer et calculer la valeur efficace du signal aux bornes du haut parleur et en déduire la puissance délivrée au haut parleur.

$$V_{HP\text{eff}} = \frac{U}{\sqrt{2}} = 0,707 \text{ V}$$

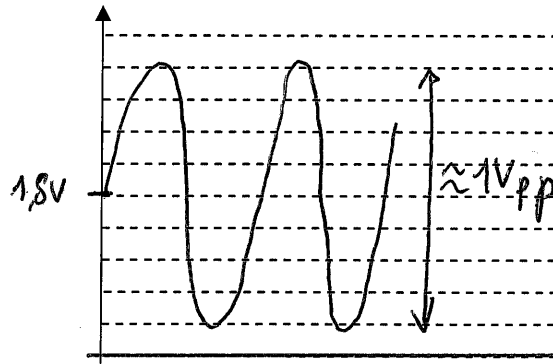
$$P = \frac{V_{HP\text{eff}}^2}{R} = \frac{U^2}{2R} = 625 \text{ mW}$$

**Q9 :** Pour le circuit représenté ci-contre on donne les éléments suivants :  
 $V_{dd}=3V$   $R_a=10k\Omega$   $R_b=15k\Omega$   $C=100nF$

Représenter le signal  $V_2$  au cours du temps lorsque l'on connecte sur l'entrée  $V_1$  un signal sinusoïdal d'amplitude  $1V_{pp}$  et de fréquence  $1kHz$ .  
 Préciser la valeur de la tension de repos du signal  $V_2$  ainsi que la fréquence de coupure du filtre formé par le montage entre  $V_1$  et  $V_2$ .



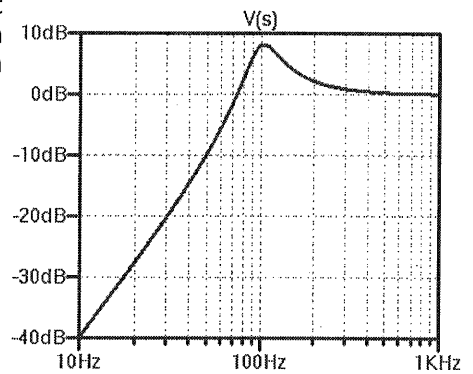
Point de repos  
 $V_2 = V_{dd} \times \frac{R_b}{R_a + R_b}$   
 $V_2 = 1,8V$



$f_c = \frac{1}{2\pi R_{eq} C}$  avec  $R_{eq} = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b}$   
 soit  $f_c = 265 Hz < 1 kHz$

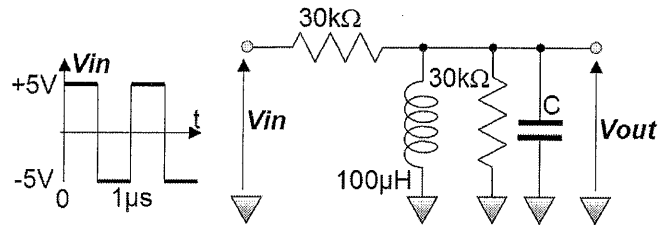
**Q10 :** Quelle est la nature et la forme canonique de la fonction de transfert du filtre dont le diagramme de Bode est représenté ci-contre ? Que peut-on dire d'un des paramètres de cette fonction de transfert compte tenu de la particularité du tracé ?

Filtre passe haut  $m < 0,707$   
 $H(j\omega) = \frac{(j\omega/\omega_0)^2}{1 + 2m(j\omega/\omega_0) + (j\omega/\omega_0)^2}$



**Q11 :** Quelle est la nature du filtre se trouvant entre l'entrée  $V_{in}$  et la sortie  $V_{out}$  sur le schéma ci-contre ?

Filtre passe bande du 2<sup>nd</sup> ordre



On rappelle dans l'expression ci-contre la décomposition en série de Fourier d'un signal carré symétrique d'amplitude  $\pm U$  et de période  $T_1$

$V_{carré}(t) = \frac{4U}{\pi} \left[ \sin(\omega_1 t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega_1 t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega_1 t) + \dots \right]$

**Q12 :** Quelle valeur doit-on choisir pour  $C$  afin d'obtenir sur la sortie  $V_{out}$  signal sinusoïdal de fréquence  $1MHz$  si l'on considère que le filtre joue parfaitement son rôle?

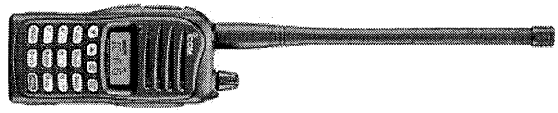
$f_1 = \frac{1}{2\pi LC} \Rightarrow C = \frac{1}{L \times (2\pi f_1)^2}$   $f_1 = 1MHz$   
 $C = 253,3pF$

**Q13 :** Quel est le gain maximum du filtre à la fréquence de  $1MHz$ . En déduire l'amplitude du signal sinusoïdal en sortie du filtre.

amplification =  $\frac{1}{2}$  gain =  $-6dB$   
 $\frac{4U}{\pi} \times \frac{1}{2} = 3,18V$

**Q14 :** Quelle est la longueur d'une antenne quart d'onde utilisé dans un dispositif de réception VHF pour la bande aviation centrée sur la fréquence  $125MHz$  (on rappelle  $c=3.10^8m/s$ )

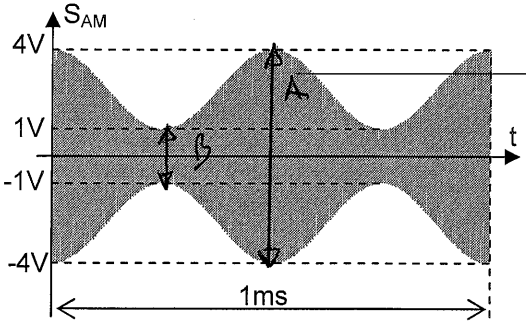
$L = \frac{\lambda}{4} = \frac{c}{4f} = 60cm$



**Q15** : On considère le signal modulé en amplitude représenté ci-contre est défini par :  $S(t) = S_0 \cdot [1 + m \cdot \cos(2\pi f_1 \cdot t)] \cdot \cos(2\pi f_p \cdot t)$   
 On précise que la fréquence porteuse  $f_p = 100\text{kHz}$ . Déterminer les valeurs de  $S_0$  et  $m$  en indiquant le nom de ces variables.

$$A = 8\text{V} \quad B = 2\text{V}$$

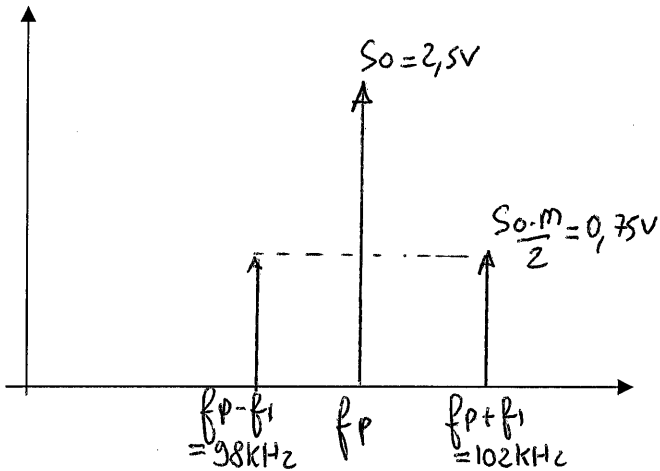
$$S_0 = \frac{A+B}{4} = 2,5\text{V} \quad m = \frac{A-B}{A+B} = 60\%$$



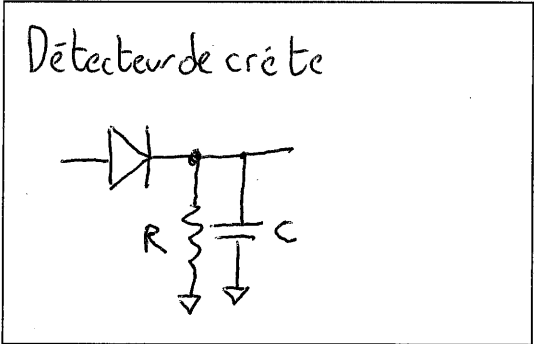
**Q16** : Quelle est la valeur de la fréquence  $f_1$  du signal modulant ?

$$T_1 = 0,5\text{ms} \Rightarrow f_1 = 2\text{kHz}$$

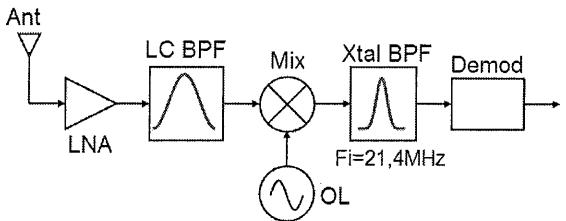
**Q17** : Tracer le spectre en amplitude du signal modulé en précisant clairement les expressions et valeurs des amplitudes et fréquences des différentes composantes fréquentielles.



**Q18** : Quel montage simple à 3 composants permet d'effectuer la démodulation du signal  $S_{AM}$ . Représenter le schéma et donner le nom de ce montage.



**Q19** : Le schéma synoptique suivant représente l'étage de réception d'un récepteur radio dans la bande ISM 868MHz. Indiquer les valeurs des fréquences de l'oscillateur local qu'il convient de choisir pour une fréquence de réception centrée sur la fréquence 868,5MHz. En déduire les fréquences images correspondantes.



$$f_{0LC} = (868,5 + 21,4)\text{MHz} = 889,9\text{MHz} \Rightarrow f_{img} = (889,9 + 21,4)\text{MHz} = 911,3\text{MHz}$$

$$f_{0LC} = (868,5 - 21,4)\text{MHz} = 847,1\text{MHz} \Rightarrow f_{img} = (847,1 - 21,4)\text{MHz} = 825,7\text{MHz}$$

**Q20** : Quel élément sur le schéma permet de supprimer le problème de la fréquence image ?

LC BPF