TD N°3 : Filtre passe bas, passe bande & passe haut du 2nd ordre

Eléments de correction

Exercice n°1 : Etude d'un filtre spécial voix

Q1 : Le filtre proposé est constitué par un filtre CR (1000pF/1MΩ) passe haut du 1er ordre suivi d'une cellule Sallen & Key passe bas du 2nd ordre.

Q2 : $fc = \dfrac{1}{2\pi.1M\Omega.1000pF} = 159{,}15Hz$ ce qui correspond à la fréquence 160Hz annoncée sur le schéma

Q3 : on retrouve bien une forme telle que $T(j\omega) = \dfrac{1}{1 + 2m\dfrac{j\omega}{\omega o} + \left(\dfrac{j\omega}{\omega o}\right)^2}$

avec $\dfrac{1}{\omega o^2} = R_1R_2C_1C_2$ et $\dfrac{2m}{\omega o} = C_2(R_1 + R_2)$. On en déduit donc $\boxed{\omega o = \dfrac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}}$ et $\boxed{m = \dfrac{C_2(R_1+R_2)}{2\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}}$

Q4 : Avec les valeurs proposés sur le montage R_1=243kΩ R_2=1,74MΩ C_1=220pF C_2=47pF
m=0,704 et fo=2407Hz
Comme m≈0,707 fo correspond à la fréquence de coupure à -3dB et l'on retrouve donc bien l'indication 2,4kHz.

Exercice n°2 : Un filtre pour une sortie audio sur microcontrôleur

Q1 : Il s'agit d'un montage amplificateur inverseur avec 2 résistances identiques don on retrouve bien -S sur la borne 6 du circuit.

Q2 : $VA = \dfrac{\dfrac{E}{R1} - \dfrac{S}{R1} + \dfrac{0}{R2} + S\cdot jC\omega}{\dfrac{1}{R1} + \dfrac{1}{R1} + \dfrac{1}{R2} + jC\omega}$ que l'on peut écrire $VA = \dfrac{E.R2 - S.R2 + S\cdot jR1R2C\omega}{2R2 + R1 + jR1R2C\omega}$

Q3 : $-S = -VA\cdot\dfrac{1}{jR2C\omega}$ soit $VA = jR2C\omega\cdot S$

Q4 : En regroupant les 2 équations précédentes il vient : $\dfrac{E.R2 - S.R2 + S\cdot jR1R2C\omega}{2R2 + R1 + jR1R2C\omega} = jR2C\omega S$

donc $E.R2 - S.R2 + S\cdot jR1R2C\omega = jR2C\omega S\cdot(2R2 + R1 + jR1R2C\omega)$

soit $E.R2 = jR2C\omega S\cdot(2R2 + R1 + jR1R2C\omega) + S.R2 - S\cdot jR1R2C\omega$

que l'on peut écrire $E.R2 = S.R2\cdot\left(1 + 2jR2C\omega + (jC\omega)^2R1.R2\right)$

et donc on retrouve bien $T(j\omega) = \dfrac{S(j\omega)}{E(j\omega)} = \dfrac{1}{1 + 2jR2.C.\omega + R1.R2.(jC\omega)^2}$

La fonction de transfert est de la forme $T(j\omega) = \dfrac{1}{1 + 2m\dfrac{j\omega}{\omega o} + \left(\dfrac{j\omega}{\omega o}\right)^2}$

Par identification $\dfrac{1}{\omega o^2} = R1.R2.C^2$ et $\dfrac{2m}{\omega o} = 2R2.C$ donc $\boxed{\omega o = \dfrac{1}{C\cdot\sqrt{R1.R2}}}$ et $\boxed{m = \sqrt{\dfrac{R2}{R1}}}$

Q6 : On en déduit que m=0,707 et fo=5kHz qui correspond à la fréquence de coupure du filtre et qui est parfaitement adapté pour retrouver la bande passante d'un signal audio.

Exercice n°3 : Un filtre passe bande pour SQUELCH

Q1 : La fonction de transfert peut s'écrire

$$T(j\omega) = \frac{1}{R1+R2} \cdot \frac{-R2R3jC\omega}{1+2jC\omega\frac{R1R2}{R1+R2}+\frac{R1R2R3}{R1+R2}(jC\omega)^2} \quad \text{de la forme } T(j\omega) = T\max \cdot \frac{\frac{j\omega}{Q\omega o}}{1+\frac{j\omega}{Q\omega o}+\left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}$$

Par identification on en déduit que : $\frac{1}{\omega o^2} = \frac{R1R2R3}{R1+R2} \cdot C^2$ soit $\boxed{\omega o = \frac{1}{C} \cdot \sqrt{\frac{R1+R2}{R1.R2.R3}}}$ soit $\boxed{fo = \frac{1}{2\pi C} \cdot \sqrt{\frac{R1+R2}{R1.R2.R3}}}$

$\frac{1}{Q\omega o} = \frac{2C.R1R2}{R1+R2}$ soit $\frac{1}{Q} = \frac{2.R1R2}{R1+R2} \cdot \sqrt{\frac{R1+R2}{R1.R2.R3}}$ donc $\boxed{Q = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{(R1+R2)R3}{R1R2}}}$

$\frac{T\max}{Q\omega o} = \frac{-R2R3C}{R1+R2}$ donc $\boxed{T\max = -\frac{R3}{2R1}}$

Q2 : on en déduit donc $\boxed{fo=6{,}3kHz}$ $\boxed{Q=3}$ $\boxed{T\max=2{,}4}$

Exercice n°4 : Antenne pour mesure de pression d'un pneu

Q1 : $fo = \frac{1}{2\pi\sqrt{L1.C1}}$ soit $L1 = \frac{1}{(2\pi fo)^2 C1}$ donc L1=7,37mH **Q2 :** $RP = Q \cdot L1 \cdot (2\pi fo)$ soit $\boxed{RP=202{,}6k\Omega}$

Q3 : Le montage constitué de L1 et C1 se comporte comme un circuit ouvert à la fréquence f=fo. On retrouve donc un générateur de courant Ir qui débite dans la résistance de perte RP. On obtient donc un signal sinusoïdal d'amplitude $\boxed{\approx 203mV}$

Exercice n°6 : Une barrière infrarouge

Q1 : La fonction de transfert peut se mettre sous la forme d'une fonction de transfert passe bande du 2nd ordre

$\boxed{\frac{V_1}{V_{IN}} = T\max \cdot \frac{\frac{j\omega}{Q\omega o}}{1+\frac{j\omega}{Q\omega o}+\left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}}$ avec $\boxed{\omega o = \frac{1}{C\sqrt{R1.R2}}}$ et $\boxed{Q = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}}$ et $\boxed{T\max = \frac{-R2}{2.R1}}$

Q2 : |Tmax|=50 impose le rapport R2/R1=100 donc cela impose le facteur de qualité Q=5.

Q3 : On fixe C=120pF. Compte tenu du rôle de ce filtre dans le dispositif décrit en introduction fo=26kHz.
On obtient $\boxed{R1 \approx 5{,}1k\Omega}$ et $\boxed{R2 \approx 510k\Omega}$

Q4 : Lorsque aucun objet ne coupe le faisceau infrarouge le courant collecté sur la photodiode et la somme du rayonnement ambiant et de la modulation. Dans le cas ou l'objet coupe le faisceau infrarouge on ne retrouve plus le signal modulé.

Q5 : Comme le filtre est sélectif on ne conserve que la composante fondamentale du signal carré donc on récupère une amplitude $\boxed{\frac{4U}{\pi} \cdot |T\max| = 3{,}2V}$ avec U=50mV et |Tmax|=50

Q6 : Si un objet coupe le faisceau infrarouge la tension $\boxed{Vf=0}$.

Q7 : Il s'agit d'un détecteur de crête qui permet d'obtenir une tension quasi continue. (Voir Poly de cours pour l'illustration)

Q8 : Il faut que $\boxed{Rd.Cd >> 1/26kHz}$. (Voir article site web http://poujouly.net/2015/05/08/detecteur-de-crete/ pour l'illustration)

Q9 : Le nom de la fonction électronique se trouvant entre Vs & Vx est un comparateur à hystérésis. Son rôle est de fournir une information numérique. Sa tension seuil est choisie au milieu des 2 tensions obtenues en Vs soit environ 1,6V (si l'on considère que la tension seuil de la diode est nulle). Une tension d'hystérésis de 100mV semble suffisant pour éviter les oscillations au moment de la comparaison.
Quand un objet coupe le faisceau on obtient Vs=0V donc Vx est à l'état haut.
Si aucun objet ne coupe le faisceau alors on obtient Vs=3,2V donc Vx est à l'état bas.

Exercice n°7 : Un filtre audio pour tweeter

Q1 : Si l'on désigne par Zeq l'impédance équivalent constitué par L & R en // alors $Zeq = \frac{R \cdot jL\omega}{R + jL\omega}$

Dans ces conditions la fonction de transfert peut s'écrire sous la forme : $T(j\omega) = \frac{Vh(j\omega)}{Va(j\omega)} = \frac{Zeq}{Zeq + \frac{1}{jC\omega}}$

en remplaçant l'expression de Zeq il vient : $T(j\omega) = \frac{\frac{R \cdot jL\omega}{R + jL\omega}}{\frac{R \cdot jL\omega}{R + jL\omega} + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{R \cdot jL\omega \cdot jC\omega}{R \cdot jL\omega \cdot jC\omega + R + jL\omega}$

soit $\boxed{T(j\omega) = \frac{LC(j\omega)^2}{1 + \frac{jL\omega}{R} + LC(j\omega)^2}}$

Q2 : On peut écrire la fonction de transfert sous la forme canonique d'un filtre passe haut du 2nd ordre tel que

$\boxed{T(j\omega) = \frac{\left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}{1 + 2m \cdot \left(\frac{j\omega}{\omega o}\right) + \left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}}$ Par identification on en déduit que $\boxed{\omega o = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ et $\boxed{m = \frac{L\omega o}{2R} = \frac{1}{2R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}}$

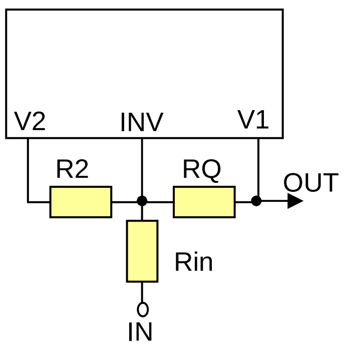
Q3: Des équations précédentes on peut écrire que $L = \frac{R.m}{\pi \cdot fo}$ avec fo=fc=2kHz car m=0,707

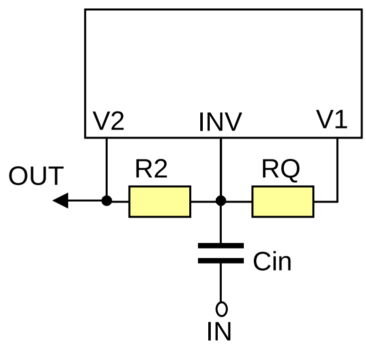
Par ailleurs $C = \frac{1}{L \cdot (2\pi fo)^2}$ donc on en déduit $\boxed{L=900{,}2\mu H \text{ et } C=7\mu F}$

Exercice n°8 : Un testeur de ligne pour compteur intelligent LINKY

Q1 : Le circuit LTC1562-2 permet de réaliser 4 cellules du 2nd ordre passe bande et les gammes de fréquences sont compatibles.

Q2 : Il faut rajouter des résistances R2 & RQ ainsi qu'une impédance Zin qui peut etre constitué soit par une résistance, soit par un condensateur. En fonction du choix effectué pour l'impédance Zin la sortie ne se trouve pas au même endroit :





Q3 : Pour le calcul on utilise les équations proposées et on extrait R2 & RQ donc :

$\boxed{R2 = \frac{7958\Omega}{\left(\frac{fo}{200kHz}\right)^2}}$ et $\boxed{RQ = \frac{R2.Q.fo}{200kHz}}$

Détection fréquence FS
Fo=FS=63,3kHz & Q=10 donc
$\boxed{R2=79{,}44k\Omega}$ (82kΩ série E12)
$\boxed{RQ=251{,}44k\Omega}$ (240kΩ série E24)

Détection fréquence FM
Fo=FM=74kHz & Q=10 donc
$\boxed{R2=58{,}13k\Omega}$ (56kΩ série E12)
$\boxed{RQ=215k\Omega}$ (220kΩ série E3)

Q4 : Si Zin est une résistance Rin HB=1=RQ/Rin donc $\boxed{Rin=RQ}$

Si Zin est un condensateur Cin $HB=1=\dfrac{\dfrac{RQ}{7958}}{\dfrac{Cin}{100pF}}$ donc $\boxed{Cin=\dfrac{RQ.100pF}{7958}}$

Détection fréquence FS
Rin=251,44kΩ (240kΩ série E24)
ou Cin=3,15nF (3,3nF série E6)

Détection fréquence FM
Rin=215kΩ (220kΩ série E3)
ou Cin=2,7nF (série E12)

Q5 : Réglage plus simple **Q6 :** Améliorer la séparation FS/FM **Q7 : idem Q4**

Exercice n°9 : Etude d'un filtre passe haut

Q1 : théorème de Millman au point A : $V_A=\dfrac{V_{IN}.jC\omega+V_{OUT}.jC\omega}{3jC\omega+\dfrac{1}{R1}}$ soit $\boxed{V_A=\dfrac{V_{IN}.jR1.C\omega+V_{OUT}.jR1C\omega}{3jR1.C\omega+1}}$

Q2 : On reconnait une structure de type ampli inverseur donc $\boxed{\dfrac{V_{OUT}}{V_A}=-\dfrac{R2}{\dfrac{1}{jC\omega}}=-R2.jC\omega}$

Q3 : En associant les 2 équations précédentes il vient : $V_{OUT}=-R2.jC\omega\cdot\left(\dfrac{V_{IN}.jR1.C\omega+V_{OUT}.jR1C\omega}{3jR1.C\omega+1}\right)$

soit $V_{OUT}\cdot\left(3jR1.C\omega+1+R1.R2.(jC\omega)^2\right)=-V_{IN}.R1.R2.(jC\omega)^2$

ce qui permet d'obtenir $T(j\omega)=\dfrac{V_{OUT}(j\omega)}{V_{IN}(j\omega)}=\dfrac{-R1.R2.(jC\omega)^2}{1+3jR1.C.\omega+R1.R2.(jC\omega)^2}$

Q4 : La fonction de transfert est de la forme $\boxed{T(j\omega)=\dfrac{V_{OUT}(j\omega)}{V_{IN}(j\omega)}=-\dfrac{\left(\dfrac{j\omega}{\omega o}\right)^2}{1+2m\cdot\dfrac{j\omega}{\omega o}+\left(\dfrac{j\omega}{\omega o}\right)^2}}$ avec $\boxed{\omega o=\dfrac{1}{C\sqrt{R1.R2}}}$ et

$\boxed{m=\dfrac{3}{2}\cdot\sqrt{\dfrac{R1}{R2}}}$

Q5 : Comme m=0,707 alors fc=fo=500Hz.

En reprenant l'identification $3R1C=\dfrac{2.m}{\omega o}$ donc $R1=\dfrac{2.m}{2\pi.fo.3C}$ soit $\boxed{R1\approx 22k\Omega}$

comme $m=\dfrac{3}{2}\cdot\sqrt{\dfrac{R1}{R2}}$ alors $R2=R1\cdot\left(\dfrac{3}{2.m}\right)^2$ soit $\boxed{R2\approx 100k\Omega}$