poujouly.net

@poujouly

DV8 : Filtrage, Echantillonnage & Traitement numérique du signal

Exercice n°1 : Etude d'un filtre anti-repliement

On vous propose d'étudier le filtre passe bas anti-repliement proposé comme exemple d'application de l'amplificateur opérationnel OPA2735 dont le schéma est représenté sur la figure 1 suivante.

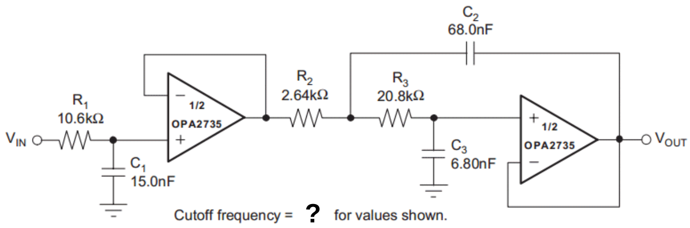
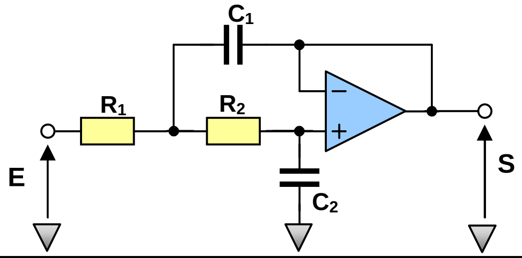


Figure 1 : Schéma filtre anti-repliement

Q1 : Que signifie le terme anti-repliement ? Rappeler le théorème lié à l'échantillonnage des signaux.

Q2 : Rappeler la structure d'une chaine de traitement numérique du signal.

Q3 : Le filtre passe bas est constitué d'un cellule de type Sallen&Key dont on rappelle le schéma et la fonction de transfert associée sur la figure 2. Montrer que la fonction de transfert peut se mettre sous la forme d'une fonction de transfert passe bas du 2nd ordre dont vous exprimerez les paramètres caractéristiques m & ωo en fonction des éléments R1, R2, C1 et C2.



$$T(j\omega)=\frac{S(j\omega)}{E(j\omega)}=\frac{1}{1+jC_2\omega(R_1+R_2)+(j\omega)^2C_1C_2R_1R_2}$$

Figure 2 : Filtre Sallen & Key passe bas

Q4 : Calculer les valeurs de m et fo en utilisant les valeurs du schéma de la figure 1.

Q5 : Calculer la fréquence de coupure du filtre RC passe bas qui se situe à l'entrée du montage de la figure 1.

Q6 : A partir des résultats précédents et des indications fournis ci-contre, justifier que le choix des composants permet d'obtenir une solution de filtrage passe bas avec une fonction d'approximation de Butterworth. Quelle est la fréquence de coupure du filtre et quel est son ordre ?

Ordre	Fonction de transfert
2	$\frac{1}{1+1{,}4142\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}$
3	$\frac{1}{1+\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+\left(\frac{jf}{fc}\right)}$
4	$\frac{1}{1+1{,}8477\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+0{,}7653\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}$
5	$\frac{1}{1+1{,}618\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+0{,}616\cdot\left(\frac{jf}{fc}\right)+\left(\frac{jf}{fc}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+\left(\frac{jf}{fc}\right)}$

Tableau : Approximation de Butterworth

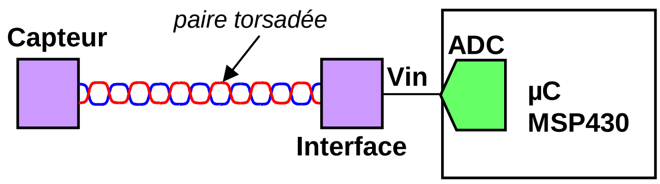
Q7 : Pour les filtres de Butterworth, l'expression du module est de la forme : $|T(jf)|=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^{2n}}}$ où n désigne l'ordre du filtre et fc la fréquence de coupure à -3dB.

En sachant que la fréquence d'échantillonnage Fe est fixée à 8kHz déterminer l'atténuation du filtre anti-repliement pour la fréquence Fe/2.

Exercice n°2 : Acquisition d'un signal de mesure pour un capteur

On s'intéresse au traitement numérique implanté dans un µC pour le traitement d'un signal de mesure en sortie de l'électronique de conditionnement (interface) d'un capteur. Le traitement numérique implanté dans le µC est :

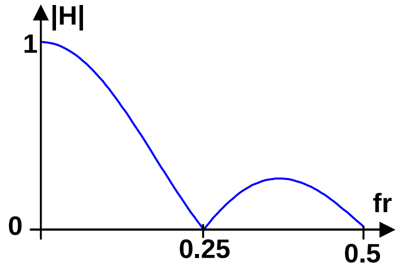
$$y[n]=\frac{x[n]+x[n-1]+x[n-2]+x[n-3]}{4}$$



Malgré l'utilisation d'une paire torsadée et un filtrage analogique présent sur l'interface on récupère un signal de mesure sous la forme : Vin = Vo + Vp.sin(2π.fp.t) où fp=50Hz représente la composante fréquentielle de perturbation et Vp son amplitude. Vo est la grandeur de mesure que l'on souhaite exploiter dans la suite du traitement effectué par le microcontrôleur. On fixe pour ce problème Vo=1V et Vp=100mV.

Q1 : Quelle peut-être l'origine de la perturbation se trouvant à fp=50Hz ?

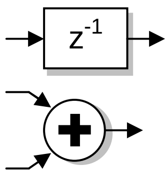
Q2 : Représenter précisément le signal Vin au cours du temps sur une durée de 60ms et le signal échantillonné idéal x[n]=Vin(t=n.Te) correspondant en sachant que la fréquence d'échantillonnage est Fe=200Hz.



Q3 : à t=0 (n=0) on considère que les échantillons x[-1], x[-2] et x [-3] sont nuls. Représenter alors le signal y[n] à la sortie du traitement numérique sur la même durée qu'à la question précédente. Que peut-on dire du traitement numérique proposé ?

Q4 : Le module du filtre numérique proposé ici est représenté sur la figure suivante en fonction de la fréquence. Que désigne la quantité fr ? Compte tenu de la réponse de ce filtre, justifier le résultat précédent.

Exercice n°3 : Etude d'un filtre numérique simple



On s'intéresse ici à un filtre passe bas numérique dont les valeurs des coefficients sont très simplifiés pour réduire les opérations de multiplications et donc le temps de calcul. Le traitement numérique implanté dans le µC est : $y[n]=\dfrac{x[n]+2.x[n-1]+x[n-2]}{4}$

Q1 : Pour quelle raison une multiplication par 2 ou une division par 4 est une simple opération pour un microcontrôleur ?

Q2 : Exprimer la fonction de transfert de ce filtre numérique et montrer que $H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{\left(1+z^{-1}\right)^2}{4}$

Q3 : On vous rappelle que $z^{-1}=e^{-j\omega Te}=\cos(\omega.Te)-j.\sin(\omega.Te)$. Montrer alors que le module de la fonction de transfert $|H(j\omega)|$ peut s'écrire sous la forme $|H(j\omega)|=\cos^2\left(\dfrac{\omega.Te}{2}\right)$

Q4 : Calculer les valeurs de $|H(j\omega)|$ pour f=0, f=Fe/4 et f=Fe. Justifier qu'il s'agit bien d'un filtre passe bas et déterminer la fréquence de coupure en fonction de Fe.

Exercice n°4 : Synthèse d'un filtre numérique

On vous propose de réaliser un filtre passe haut du 1er ordre en utilisant son équivalent analogique et la transformée bilinéaire. Pour effectuer le calcul de la fonction de transfert en z on utilise la transformation bilinéaire suivante en posant : $j\omega=\Omega\cdot\dfrac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ avec $\dfrac{\Omega}{\omega c}=\dfrac{1}{\tan\left(\dfrac{\omega c.Te}{2}\right)}=a$ afin d'obtenir une équivalence entre la fréquence de coupure analogique et numérique.

Q1 : Rappeler la fonction de transfert d'un filtre passe haut du 1er ordre et de pulsation de coupure ωc.

Q2 : En utilisant la transformée bilinéaire, exprimer la fonction de transfert en z.

Q3 : On désire réaliser un filtre passe haut dont la fréquence de coupure est fc=20Hz pour une fréquence d'échantillonnage Fe=5kHz. Ecrire un script Scilab permettant de tracer le module de la fonction de transfert pour une fréquence f variant entre 0 et Fe/2. Vérifier que la fréquence de coupure correspond bien à la valeur souhaitée.