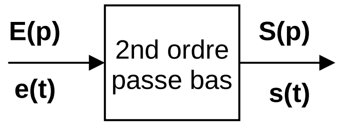
Passe bas du 2nd ordre

Définition & Forme canonique

Equation différentielle :

$$e(t)=\frac{1}{\omega o^2}\cdot\frac{d^2s(t)}{dt^2}+\frac{2m}{\omega o}\cdot\frac{ds(t)}{dt}+s(t)$$



Fonction de transfert complexe :

$$T(p)=\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{1}{1+2m\frac{p}{\omega o}+\frac{p^2}{\omega o^2}}$$

fo : fréquence propre

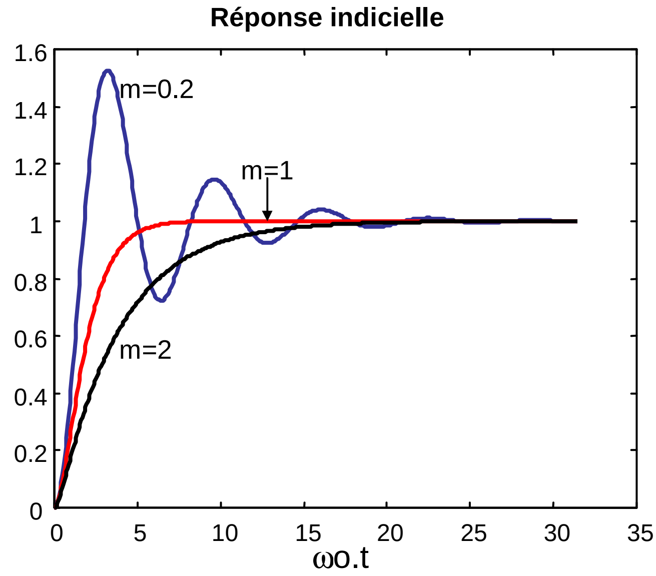
ωo : pulsation propre

m : coefficient d'amortissement

$Q=\frac{1}{2m}$: Facteur de qualité

Réponse indicielle

L'entrée e(t) est un échelon d'amplitude 1V.



- Si m > 1 : réponse apériodique

$$s(t)=1+\frac{1}{\omega_1-\omega_2}\cdot\left(\omega_2\exp(-\omega_1.t)-\omega_1\exp(-\omega_2.t)\right)$$

avec $\omega_1=\omega o\left(m+\sqrt{m^2-1}\right)$ et $\omega_2=\omega o\left(m-\sqrt{m^2-1}\right)$

- Si m = 1 : réponse apériodique critique

$$s(t)=1-(1+\omega o.t)\cdot\exp(-\omega o.t)$$

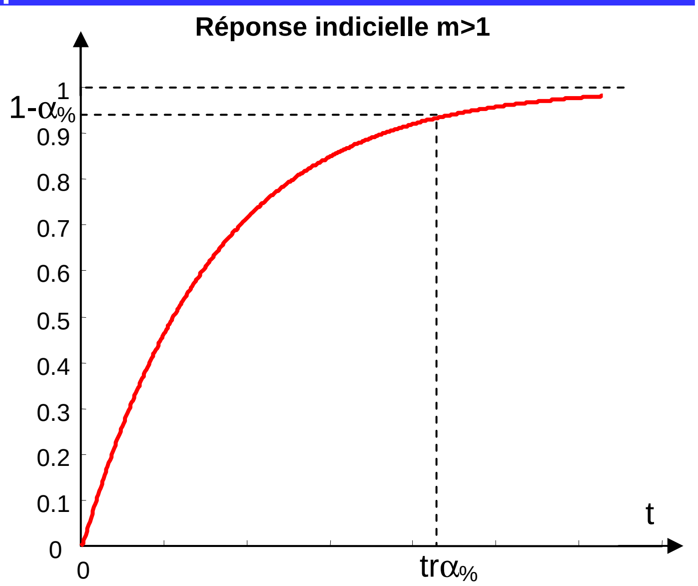
- Si m < 1 : réponse pseudo périodique

$$s(t)=1-\frac{1}{\sqrt{1-m^2}}\cdot e^{-m\omega o.t}\cdot\sin(\omega_p.t+\varphi)$$

avec $\omega_p=\omega o\cdot\sqrt{1-m^2}$ et $\varphi=\arccos(m)$

Caractérisation de la réponse indicielle pour m>1

$$tr_{5\%}=\frac{3}{\omega o\cdot\left(m-\sqrt{m^2-1}\right)}$$



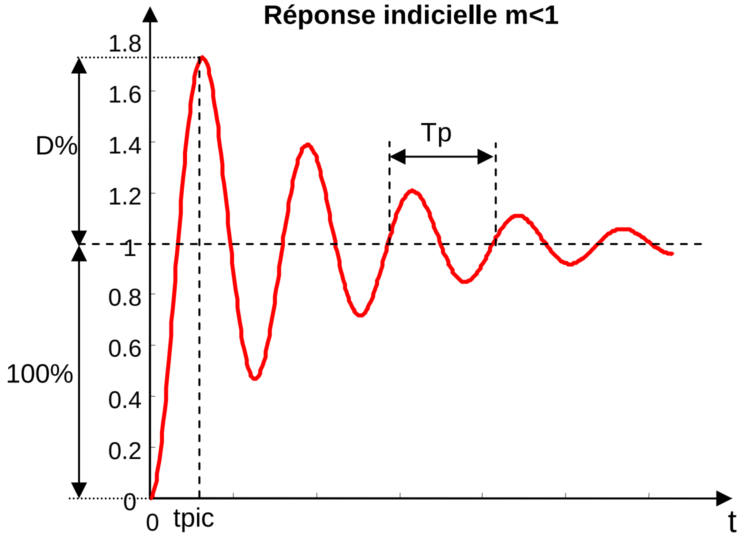
Caractérisation de la réponse indicielle pour m<1

$$\omega p = \frac{2\pi}{Tp}$$

$$tpic = \frac{Tp}{2} = \frac{\pi}{\omega o \cdot \sqrt{1-m^2}}$$

$$D\% = 100.\exp\left(\frac{-\pi m}{\sqrt{1-m^2}}\right)$$

$$\frac{Dn}{Dn+1} = \exp\left(\frac{2m\pi}{\sqrt{1-m^2}}\right)$$



Réponse fréquentielle

• Si $m > \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$

Il n'y a pas de résonance

• Si $m = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$

Il s'agit d'une réponse de Butterworth
La courbe de gain est alors « la plus plate »

• Si $m < \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$

Il existe un phénomène de résonance

Pulsation de coupure (à –3db):

$$\omega c = \omega o \cdot \sqrt{1-m^2+\sqrt{1+(1-2m^2)^2}}$$

Pulsation de résonance :

$$\omega r = \omega o \cdot \sqrt{1-2m^2}$$

Gain à la pulsation de résonance

$$Gr = 20.\log\left(\frac{1}{2m \cdot \sqrt{1-m^2}}\right)$$