Physique & Contrôle des Systèmes

Asservissement des systèmes linéaires à temps continu

IUT DE CACHAN PCS S3 GE1

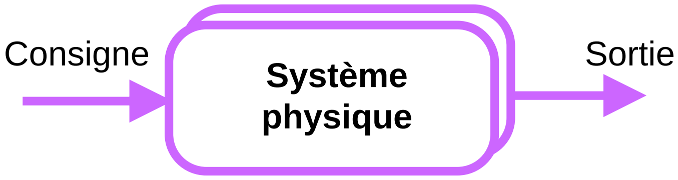
Chap 2 : Stabilité des systèmes asservis linéaires

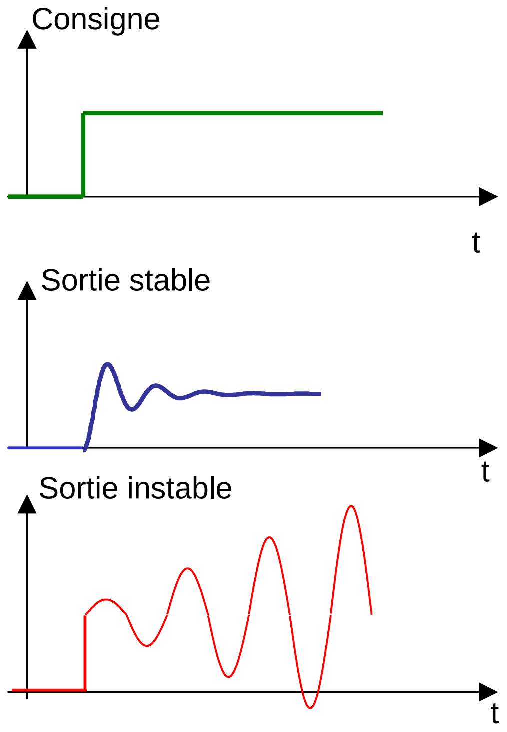
Plan de la présentation

Stéphane POUJOULY stephane.poujouly@u-psud.fr
http://poujouly.net http://twitter.com/poujouly
IUT CACHAN Département Geii1
9 bd de la Div Leclerc 94230 CACHAN

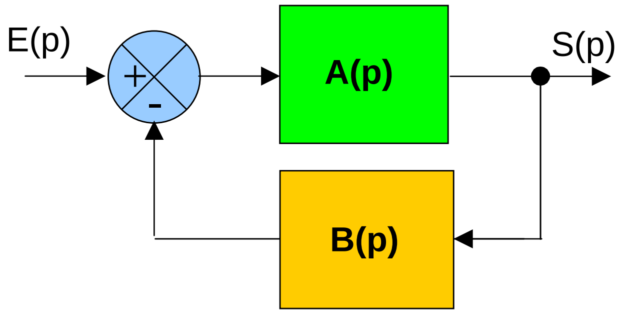
1 La stabilité d’un système

Un système physique est stable s’il retourne spontanément vers sa position d’équilibre lorsqu’il en est écarté.





1 Stabilité d’un système bouclé : recherche d’un énoncé…



$$FTBF(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A(p)}{1 + A(p).B(p)} = \frac{N(p)}{D(p)}$$

Le dénominateur D(p) de la fonction de transfert en boucle fermée peut s’écrire sous la forme :

$$D(p) = a_n.p^n + a_{n-1}.p^{n-1} + ... + a_1.p + a_0$$

Que l’on peut aussi écrire sous la forme :

$$D(p) = a_n.(p - p_1)\cdot(p - p_2)\cdot(...)\cdot(p - p_n)$$

$p_1, p_2, ...p_n$: Zéros de D(p) que l’on appelle aussi les **Poles** de la fonction de transfert en boucle fermée

1 Stabilité d’un système bouclé : recherche d’un énoncé…

Afin d ’analyser la sortie en fonction de temps pour une entrée E(p) sous la forme d’un Dirac par exemple il est possible d’écrire la sortie sous la forme suivante :

$$S(p) = \frac{A_1}{p - p_1} + \frac{A_2}{p - p_2} + ... + \frac{A_n}{p - p_n}$$

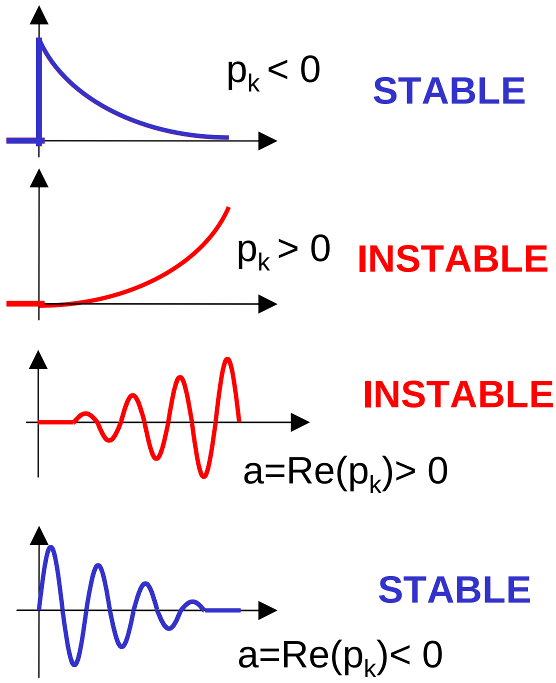
$$\frac{A_k}{p - p_k} \Rightarrow A_k e^{p_k t}$$

Si le pole p_k est réel

$$\frac{A_k}{p - p_k} \Rightarrow A_k e^{at}\cos(\omega t + \varphi)$$

Si le pole p_k est complexe

$$p_k = a + jb$$



1 Stabilité d'un système bouclé : énoncé

Un système linéaire bouclé est stable si et seulement si tous les pôles de sa fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) sont à partie réelle strictement négative.

$$\mathrm{FTBF}(p) = \frac{A(p)}{1 + A(p).B(p)}$$

Rechercher les pôles de la FTBF revient à résoudre l 'équation

$$\mathrm{FTBO}(p) = A(p).B(p) = -1$$

Résoudre cette équation dans la majorité des cas (ordre > 2) n'est pas possible analytiquement d'où la mise en place de critères :

❑ Un critère arithmétique (Critère de Routh) avec une étude effectuée sur le dénominateur de la FTBF permettant de déterminer si un système est stable ou non.

❑ Un critère géométrique (Critère du revers) avec une étude effectuée sur la fonction de transfert en boucle ouverte FTBO (d'où l'intérêt porté à la FTBO) permettant de déterminer si un système est stable ainsi que sa marge de stabilité.

2 Critère de Routh

RECTIFICATIF

$$\mathrm{FTBF}(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A(p)}{1 + A(p).B(p)} = \frac{N(p)}{D(p)}$$

$$D(p) = a_n.p^n + a_{n-1}.p^{n-1} + ... + a_1.p + a_0$$

avec $a_n > 0$

Enoncé du critère :

❑ Si les ai sont nuls ou négatifs alors D(p) a des zéros (pôles de la FTBF) à partie réelle positive donc le système est instable

❑ Si tous les ai sont positifs, on construit alors le tableau de Routh et il faut que les coefficients de la 1ère colonne soient de même signe pour que le système soit stable

Tableau de Routh

p^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	....
p^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	....
p^{n-2}	A	B		
p^{n-3}	C			
p^2	X			
p	Y			
1	Z			

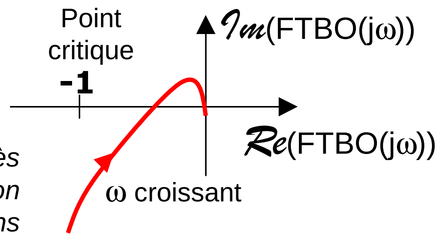
$$A = \frac{a_{n-1} \cdot a_{n-2} - a_n \cdot a_{n-3}}{a_{n-1}}$$

$$B = \frac{a_{n-1} \cdot a_{n-4} - a_n \cdot a_{n-5}}{a_{n-1}}$$

$$C = \frac{A \cdot a_{n-3} - a_{n-1} \cdot B}{A}$$

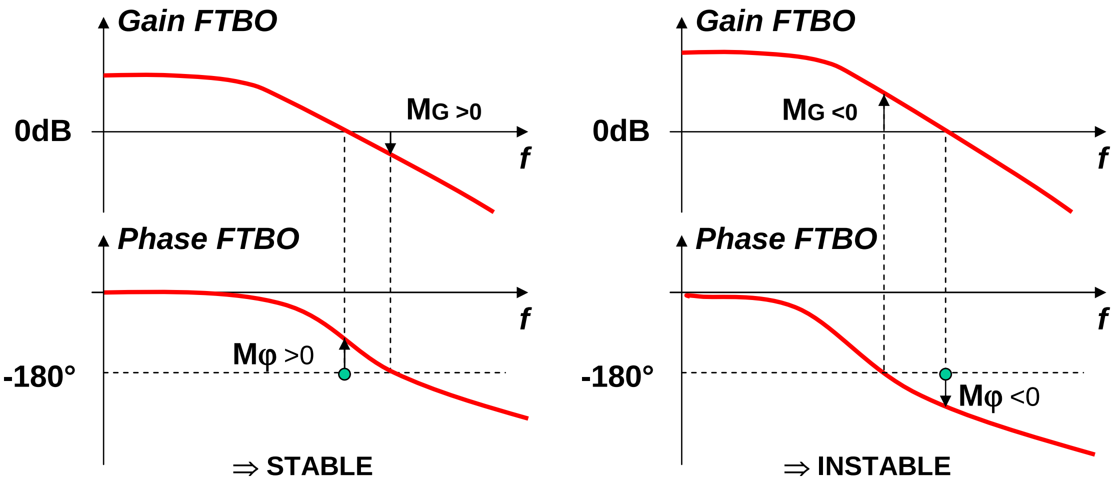
3 Critère du revers

Énoncé du critère du revers : Un système (stable en BO) est stable en BF si le tracé de Nyquist de la FTBO, décrit dans le sens des pulsations croissantes (ω=0 ω=+∞), laisse le point critique à sa gauche



Remarque Importante : *l 'application du critère du revers qui est d 'un emploi très commode permet de déterminer la stabilité d 'un système en BF. Toutefois son utilisation est soumise à quelques conditions. Pour tous les exemples proposés dans le cadre de ce cours ces conditions sont bien évidemment respectées*

Application dans le diagramme de BODE :

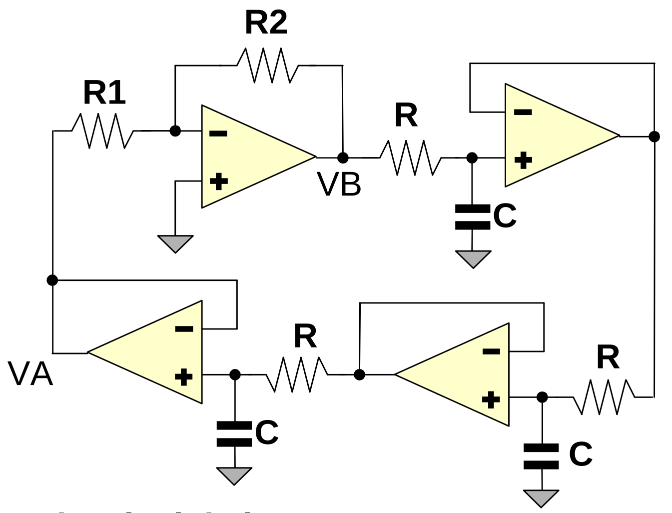


Mφ : Marge de Phase

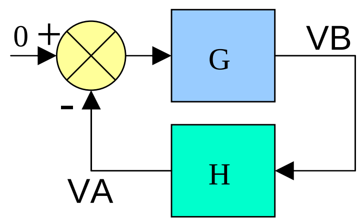
MG : Marge de Gain

4 Un oscillateur : Un système bouclé volontairement instable

Schéma électronique :



1) Mise sous forme d 'un système bouclé :



G(p) =

H(p) =

2) Calcul de la FTBO

3) Tracé du diagramme de Bode de la FTBO

4) Application du Critère du Revers

- Condition pour obtenir une oscillation
- Fréquence des oscillations en limite de stabilité