TD N°2 : Etude des oscillateurs à boucle de réaction & VCO

IUT DE CACHAN Département GEii1

Eléments de correction

Problème n°1 : Un effet vibrato

Q1 : $S1 = -\frac{Rb}{Ra} \cdot S3$ donc $K = -\frac{Rb}{Ra}$

Q2 : Théorème de Millmann $VA = \frac{\frac{S1}{R} + \frac{S2}{R} + S2.jC\omega}{\frac{2}{R} + jC\omega}$ donc $\boxed{VA = \frac{S1 + S2 + S2.jRC\omega}{2 + jRC\omega}}$

Q3 : On retrouve effectivement un passe bas donc $\boxed{S2 = VA \cdot \frac{1}{1 + jRC\omega}}$

Q4 : En utilisant les 2 équations précédentes : $S2.(1 + jRC\omega) = VA = \frac{S1 + S2 + S2.jRC\omega}{2 + jRC\omega}$

soit : $S2.(1 + jRC\omega) \cdot (2 + jRC\omega) = S1 + S2 \cdot (1 + jRC\omega)$

donc $S2.\left(2 + 3jRC\omega + (jRC\omega)^2\right) - S2 \cdot (1 + jRC\omega) = S1$

et l'on obtient $\boxed{H(j\omega) = \frac{S2}{S1} = \frac{1}{1 + 2jRC\omega + (jRC\omega)^2}}$ de la forme $H(j\omega) = \frac{1}{1 + 2m \cdot \frac{j\omega}{\omega o} + \left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}$ avec $\omega o = \frac{1}{RC}$ et m=1

Q5 : comme $H(j\omega) = \frac{1}{1 + 2.\frac{j\omega}{\omega o} + \left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}$ alors l'application du critère de Barkhausen conduit bien à

$$\frac{K}{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega o}\right)^4} = 1$$

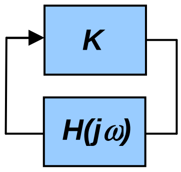
Q6 : La résolution de cette équation conduit à $\text{Arg}\left(\frac{K}{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega o}\right)^4}\right) = 0$ soit $\text{Arg}(K) - 4.\text{Arg}\left(1 + \frac{j\omega}{\omega o}\right) = 0$ soit

$\pm\pi = 4\arctan\left(\frac{\omega}{\omega o}\right)$ ce qui permet d'avoir $\frac{\omega}{\omega o} = \tan\left(\frac{\pm\pi}{4}\right) = \pm 1$ et donc on retient que $\boxed{\omega osc = \omega o = \frac{1}{RC}}$

dans ces conditions $\left|\frac{K}{\left(1 + \frac{j\omega osc}{\omega o}\right)^4}\right| = 1$ soit $\left|\frac{K}{\left(\sqrt{1^2 + 1^2}\right)^4}\right| = 1$ donc |K|=4 et par conséquence |K|>4

Q7 : $\boxed{R = \frac{1}{2\pi.fosc.C} = 36k\Omega}$ et $\boxed{Rb > 40k\Omega}$ (par exemple Rb=42kΩ dans la série E24)

Problème n°2 : Un oscillateur pour un signal modulant de test



Q1 : $\boxed{A=-Rb/Ra}$

Q2 : Pour un oscillateur bouclé modélisé sous la forme suivante
le critère de Barhausen est $K.H(j\omega)=1$

Q3 : En appliquant le critère il vient : $A.B(j\omega) = -\frac{R2}{R1}\cdot\frac{-RaRbjC\omega}{Ra+Rb+2.Ra.Rb.jC\omega+(jC\omega)^2.Ra^2.Rb} = 1$

soit $\frac{R2}{R1}\cdot RaRbjC\omega = Ra+Rb+2.Ra.Rb.jC\omega+(jC\omega)^2.Ra^2.Rb$

pour que cette égalité soit possible il faut que $Ra+Rb-(C\omega)^2.Ra^2.Rb=0$ soit $\boxed{\omega=\omega osc=\frac{1}{C\sqrt{\frac{Ra^2Rb}{Ra+Rb}}}}$

comme $C=\frac{1}{2\pi fosc\sqrt{\frac{Ra^2Rb}{Ra+Rb}}}$ alors $\boxed{C=10nF}$

Q4 : En reprenant l'égalité précédente il faut que $\frac{R2}{R1}\cdot RaRbjC\omega = 2.Ra.Rb.jC\omega$ soit $\frac{R2}{R1}=2$

Pour être sur d'obtenir des oscillations il faut donc $\boxed{\frac{R2}{R1}>2}$ soit $\boxed{R2=22k\Omega}$

Q5 : Le signal est « le plus sinusoïdal » sur la sortie V2 car il s'agit de la sortie du filtre.

Q6 : $\hat{U}=\sqrt{2}\cdot 10^{\frac{UdBV}{20}}$ donc ici $\boxed{\hat{U}=\sqrt{2}\cdot 10^{\frac{11,5}{20}}=5,3V}$

Q7 : $\boxed{THD=\frac{\sqrt{\left(10^{\frac{-35}{20}}\right)^2+\left(10^{\frac{-46}{20}}\right)^2}}{10^{\frac{11,5}{20}}}=0,49\%}$

Problème n°3 : Un testeur audio à base d'un d'oscillateur à pont de Wien

Q1 : On reconnait un amplificateur non inverseur donc $Vo = Vi \cdot \left(1+\frac{Rb}{Ra}\right)$ soit $K = 1+\frac{Rb}{Ra}$

Q2 : On reconnait un pont diviseur donc $\frac{Vi(j\omega)}{Vo(j\omega)} = \frac{Z_{R//C}}{Z_{R//C}+R+\frac{1}{jC\omega}}$ avec $Z_{R//C} = \frac{R\cdot\frac{1}{jC\omega}}{R+\frac{1}{jC\omega}} = \frac{R}{1+jRC\omega}$

donc $\frac{Vi(j\omega)}{Vo(j\omega)} = \frac{\frac{R}{1+jRC\omega}}{\frac{R}{1+jRC\omega}+R+\frac{1}{jC\omega}}$ soit en multipliant le dénominateur et le numérateur par $(1+jRC\omega)\cdot(jC\omega)$

on obtient : $\frac{Vi(j\omega)}{Vo(j\omega)} = \frac{jRC\omega}{jRC\omega+jRC\omega\cdot(1+jRC\omega)+1+jRC\omega}$ soit $\frac{Vi(j\omega)}{Vo(j\omega)} = \frac{jRC\omega}{1+3jRC\omega+(jRC\omega)^2}$

Q3 : Il faut que $K.H(j\omega) = 1$ soit $\mathrm{Re}[K.H(j\omega)] = 1$ et $\mathrm{Im}[K.H(j\omega)] = 0$

Q4 : Dans notre cas le critère de Barkhausen revient à écrire : $\frac{K.jRC\omega}{1+3jRC\omega+(jRC\omega)^2} = 1$

cette équation peut s'écrire $K.jRC\omega = 1-(RC\omega)^2+3jRC\omega$

ce qui impose $1-(RC\omega)^2 = 0$ permettant de trouver la fréquence des oscillations $\boxed{fosc = \frac{1}{2\pi RC}}$

Q5 : Dans ces conditions il faut que $K.jRC\omega = 3jRC\omega$ soit $\boxed{K=3}$

Q6 : $\boxed{R = \frac{1}{2\pi foscC} = 36{,}2k\Omega}$

Q7 : La conditions d'oscillation est respecté car $K = 1+\frac{33k\Omega}{16k\Omega} = 3{,}06 > 3$

La fréquence des oscillations est $fosc = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi\cdot 16k\Omega\cdot 10nF} = 994Hz$
En regardant l'analyse fréquentielle on se rend compte que la fréquence d'oscillations est très proche de 1kHz.

Q8 : Pour que l'oscillateur démarre il faut absolument que K>3. Dans ces conditions le signal croit au fur et à mesure jusqu'a ce qu'un élément viennent le limiter : Ici il s'agit de la sortie de l'AOP Vo . Dans ces conditions on retrouve un signal Vi avec de la distorsion harmonique car la chaine de retour n'est pas très sélective.

Problème n°4 : Un détecteur de métaux

Q1 : Pour A, il s'agit d'un montage amplificateur non inverseur donc : $A = 1 + \frac{R2}{R1}$

Pour la fonction de transfert il suffit d'appliquer le théorème de Millmann en V1 donc

$$V1 = \frac{\frac{V2}{R}}{\frac{1}{Rp} + \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega}$$ en multipliant le numérateur et le dénominateur par $Rp.R.jL\omega$ on en déduit que

$$V1 = \frac{V2.Rp.jL\omega}{Rp.jL\omega + R.jL\omega + R.Rp + (j\omega)^2 LC.R.Rp}$$ soit $B(j\omega) = \frac{V1}{V2} = \frac{Rp.jL\omega}{R.Rp + jL\omega(R + Rp) + (j\omega)^2 LC.R.Rp}$

Q2 : L'application du critère de Barkhausen conduit à $\frac{A.Rp.jL\omega}{R.Rp + jL\omega(R + Rp) + (j\omega)^2 LC.R.Rp} = 1$

soit $A.Rp.jL\omega = R.Rp + jL\omega(R + Rp) + (j\omega)^2 LC.R.Rp$

il faut donc $R.Rp - (\omega)^2 LC.R.Rp = 0$ ce qui signifie $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ donc $\boxed{fosc = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$

Pour le cas sans pièce métallique L=710µH donc $\boxed{C = \frac{1}{(2\pi.fosc)^2 L} \approx 10nF}$

Q3 : En se plaçant à la fréquence des oscillations on en déduit que $A.Rp.jL\omega = jL\omega(R + Rp)$

soit $A = 1 + \frac{R}{Rp}$ si $A > 1 + \frac{R}{Rp}$ alors les oscillations apparaissent et si $A < 1 + \frac{R}{Rp}$ l'oscillateur ne démarre pas.

Q4 : Dans le cas ou il n'y a pas de pièce métallique Rp=9,3kΩ donc $A = 2{,}2 > 1 + \frac{R}{Rp} = 2{,}07$

⇒ On obtient donc des oscillations.

Dans le cas ou la pièce métallique est présente Rp=5,4kΩ donc $A = 2{,}2 < 1 + \frac{R}{Rp} = 2{,}85$

⇒ Il n'y a donc pas d'oscillation

Q5 : Il s'agit d'un détecteur de crête qui permet de détecter la présence des oscillations en sortie de l'ampli-op. La constante de temps RdCd doit être choisie très grande devant la période des oscillations.

Q6 : Analyse du fonctionnement :

Dans le cas ou il n'y a pas de pièce métallique ⇒ On obtient donc des oscillations ⇒ la sortie de l'AOP délivre un signal sinusoïdal saturé entre +/-5V. En sortie du détecteur de crête on obtient donc Sd=5V si l'on considère que la chute de tension aux bornes de la diode est nulle.

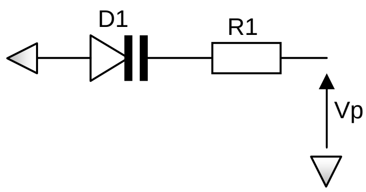
Dans le cas ou la pièce métallique est présente ⇒ Il n'y a donc pas d'oscillation ⇒ la sortie de l'AOP est nulle et donc Sd=0V

Pour obtenir le fonctionnement indiqué sur la figure 1 il faut donc que la sortie Sd soit relié à la borne - du comparateur et la tension de référence à la borne + du comparateur.

Problème n°5 : Etude d'un VCO pour un démodulateur IQ

Q1 : Voltage Controlled Oscillator

Q2 : Il s'agit d'une diode Varicap. Caractéristiques principales : Voir Poly cours



Q3 : En régime continu le schéma de polarisation de la diode varicap est donc équivalent au schéma représenté ci-contre.
La diode Varicap est bien polarisée en inverse si la tension Vp>0.

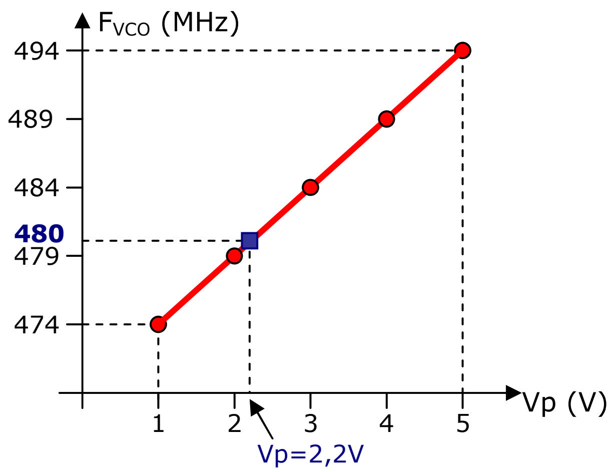
Q4 : $\boxed{Ceq = C2 + \frac{Cd \cdot C3}{Cd + C3}}$

Q5 : L'expression typique des fréquences d'oscillations F_{VCO} d'un circuit L1 Ceq résonnant est $\boxed{F_{VCO} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L1.Ceq}}}$

Q6 :

Vp (V)	1	2	3	4	5
Cd (pF)	8,33	6,91	5,83	4,98	4,3
Ceq(pF)	6,26	6,13	6,01	5,88	5,77
F_{VCO} (MHz)	474	479	484	489	494

Q7 :

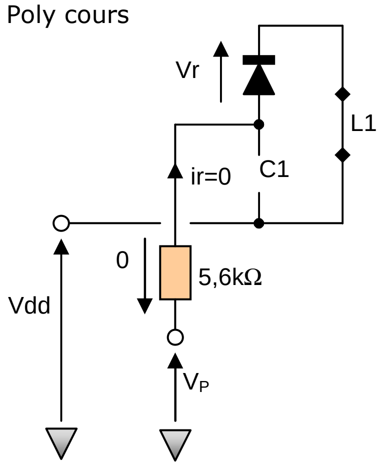


Q8 : Le VCO convient parfaitement pour l'application envisagée puisque la fréquence d'oscillation de 480MHz est compris dans les valeurs possibles. Pour obtenir cette valeur il suffit d'appliquer une tension Vp=2,2V

Problème n°6 : Un récepteur FM de poche

Q1 : La diode BB909 est une diode Varicap. Caractéristiques principales : Voir Poly cours

Q2 : En continue le schéma est équivalent à le montage suivant :



Dans ces conditions $Vdd= Vr+V_P$

Q3 : On est en présence d'un oscillateur de type L1 Ceq où Ceq est l'association série du condensateur C1 et de la capacité équivalente de la diode Varicap Cd.

Comme $Ceq = \frac{Cd.C1}{Cd + C1}$

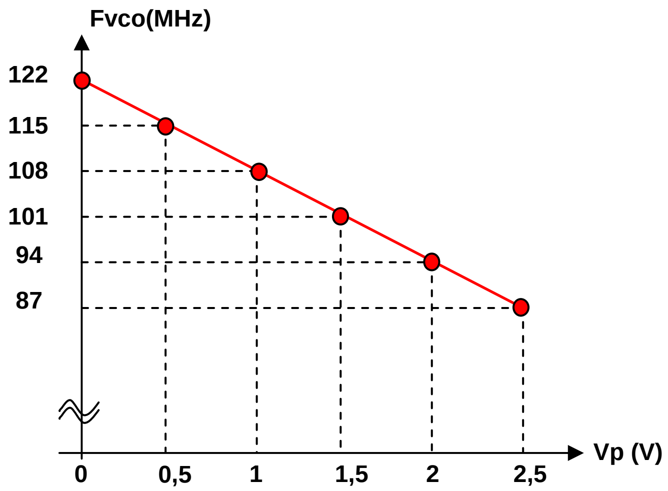
On en déduit donc : $Fvco = \frac{1}{2\pi\sqrt{L1 \cdot \frac{Cd.C1}{Cd+C1}}}$

Q4 : La résistance de 4,7k et la tension V_P permettent de polariser la diode varicap en inverse. On choisit la résistance suffisamment grande pour pouvoir la négliger dans le montage équivalent en petits signaux.

Q5 :

Vr (V)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Cd (pF)	45,8	38,9	33,4	29	25,5	22,5
Ceq (pF)	42,9	36,75	31,8	27,8	24,6	21,8
Fvco (MHz)	87	94	101	108	115	122
V_P (V) =3-Vr	2,5	2	1,5	1	0,5	0

Q6 : La caractéristique de transfert de ce VCO : **Fvco en fonction de V_P**



Q7 : Le VCO convient parfaitement pour l'application envisagée puisque la fréquence d'oscillation correspond bien à celle de l'oscillateur local : Bande FM : 88-108MHz donc FOL=Bande FM +/- 70kHz

Q8 : Il s'agit d'un simple filtre passe bas du 2nd ordre de type Sallen & Key dont la fréquence propre est :

$$Fo = \frac{1}{2\pi.2{,}2k\Omega.\sqrt{180pF.3{,}3nF}} = 93{,}8kHz$$