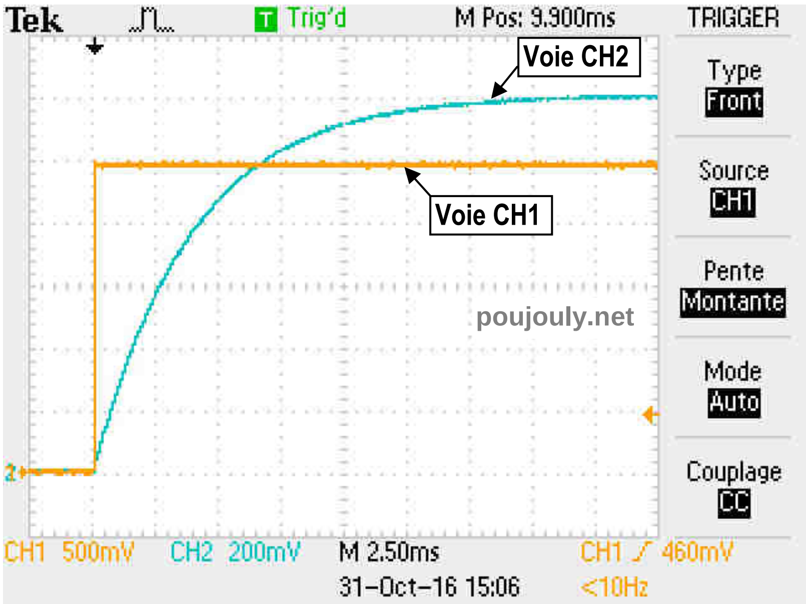
Identification, Stabilité & Correction des systèmes asservis

Exercice n°1 : Identification d'un système physique

On procède à un essai d'un système physique (que l'on suppose linéaire) et on observe le résultat suivant sur un oscilloscope. La voie CH1 représente l'entrée et la voie CH2 la sortie du processus physique.



Q1 : Quel est le nom classiquement utilisé pour décrire ce type d'essai et ce type de réponse temporelle ?

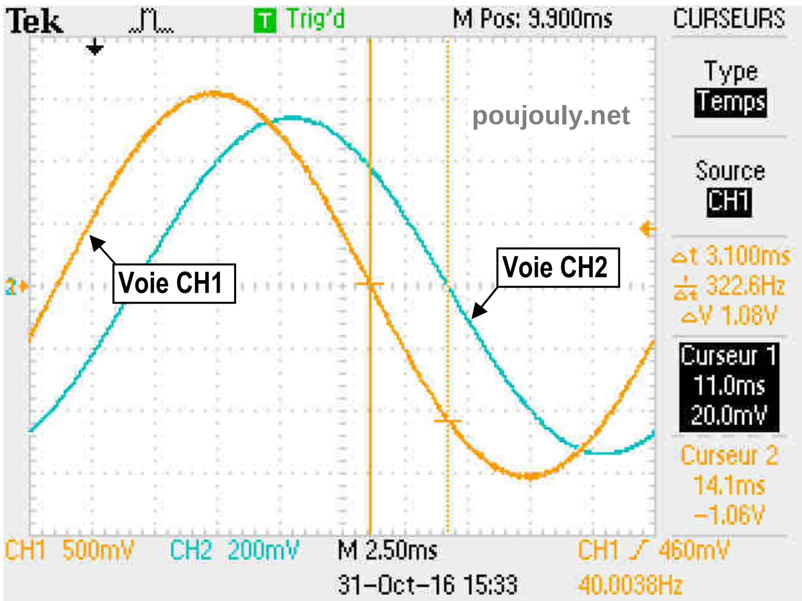
Q2 : Pour quelle raison ce système a-t-il un comportement de type passe bas ?

Q3 : Quel caractéristique sur le tracé permet d'indiquer qu'il s'agit d'un système du 1er ordre ? Déterminer la constante de temps τ à partir de la mesure proposée.

Q4 : En régime permanent il existe un gain statique que l'on note K entre la sortie et l'entrée. Déterminer sa valeur.

Q5 : Exprimer la fonction de transfert H(p) de ce système en fonction de K, τ et p.

Q6 : On connecte maintenant sur l'entrée (voie CH1) de ce système un signal sinusoïdal d'amplitude 4Vpp et de fréquence 40Hz et l'on observe sur la voie CH2 la sortie. En utilisant les indications fournies par le curseur en déduire le déphasage entre la sortie et l'entrée.

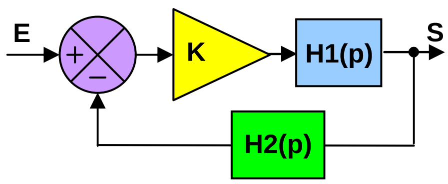


Q7 : Justifier la valeur obtenue compte tenu de la fonction de transfert H(p).

Q8 : Justifier alors l'amplitude obtenue en sortie pour cette fréquence.

Exercice n°2 : Discussion autour d'un diagramme de Bode en Boucle ouverte

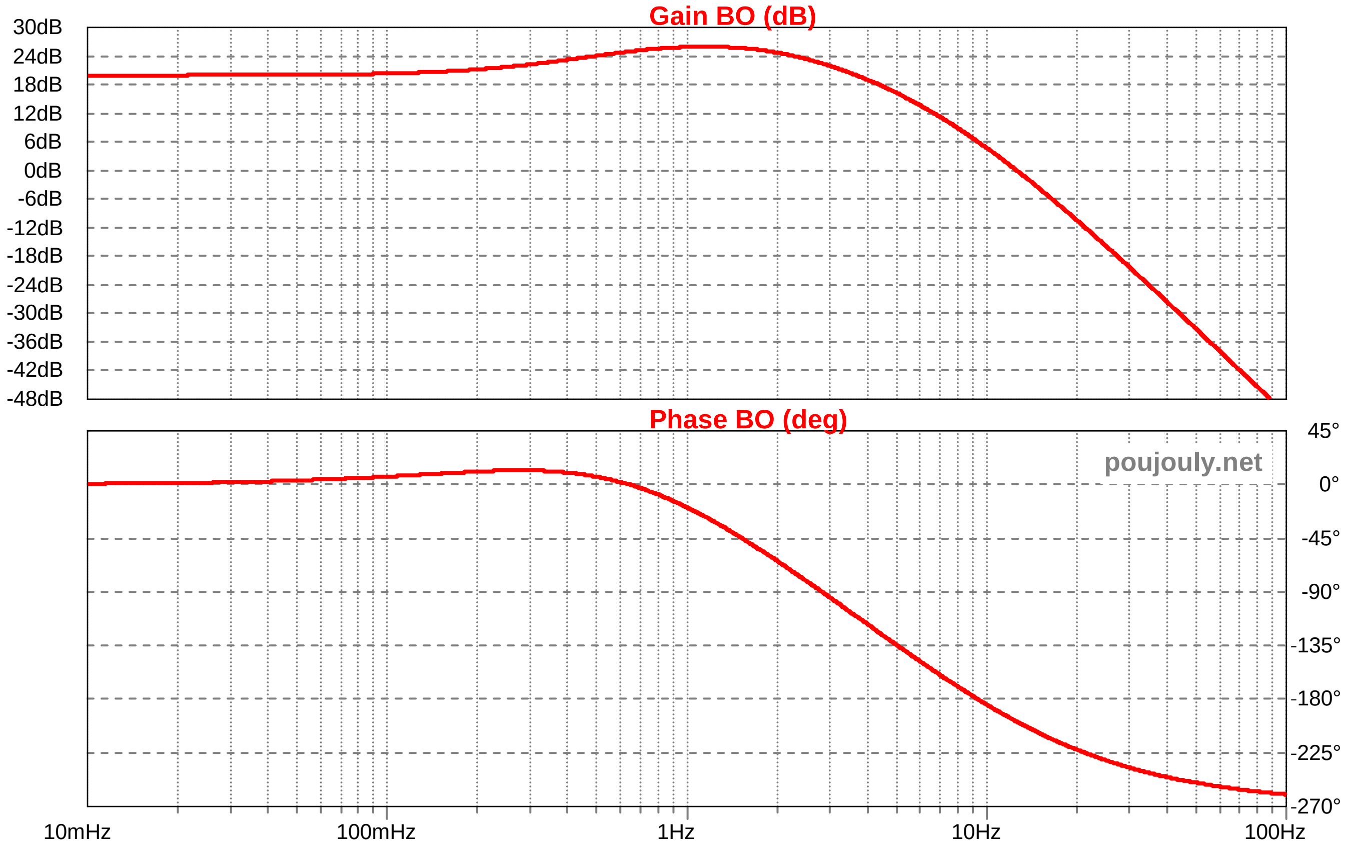
On considère le système bouclé suivant pour lequel on représente le diagramme de Bode en boucle ouverte pour une amplification K=10 sur la page suivante.



Q1 : Pour la valeur K=10, quelle est la stabilité du système ? Justifier votre réponse en indiquant graphiquement votre démarche.

Q2 : En appliquant graphiquement le critère du revers déterminer la valeur limite de K qui rend le système stable ou instable.

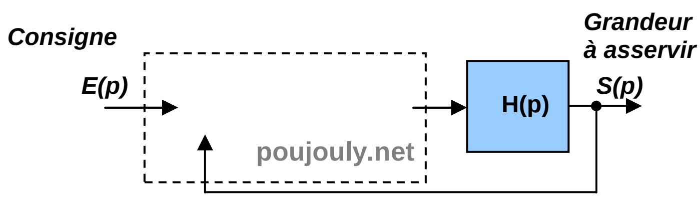
Q3 : Déterminer graphiquement la valeur de l'amplification K qui permet d'obtenir une marge de phase de 45°. Indiquer sur le tracé fourni la marge de phase.



Exercice n°3 : Une histoire de stabilité et d'un tracé de diagramme de Bode

On considère un processus physique à asservir dont on donne la fonction de transfert H(p) tel que :

$$H(p) = \frac{1}{\frac{p}{\omega_1} \cdot \left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)^2} \quad \text{avec } \omega_1 = 10\text{rad/s}$$



Q1 : Ce processus est inséré dans un système asservi composé d'un retour unitaire et d'un correcteur proportionnel dont le gain (linéaire) est K. Représenter le schéma bloc de ce système asservi en complétant le schéma de la figure proposée. Indiquer ou se trouve le signal erreur $\varepsilon(p)$

Q2 : Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte FTBO(p).

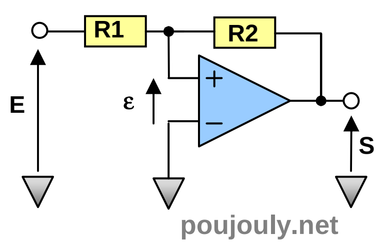
Q3 : Tracer le diagramme de Bode de la FTBO (asymptotique & réel) pour K=1 sur le document réponse en indiquant les points et pentes caractéristiques de ce tracé. Que peut-on dire de la stabilité de ce système ? Si l'on choisit K=10, que peut-on dire de la stabilité de ce système ?

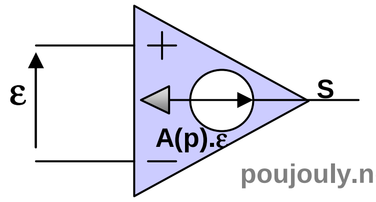
Q4 : Exprimer l'argument de la FTBO et rechercher la pulsation ω_T telle que $\text{Arg(FTBO)} = -\frac{3\pi}{4}$. Calculer alors la valeur de K telle que $|\text{FTBO}| = 1$. Dans ces conditions quelle est la marge de phase du système ?

Exercice n°4 : Un pole à partie réelle positive ?

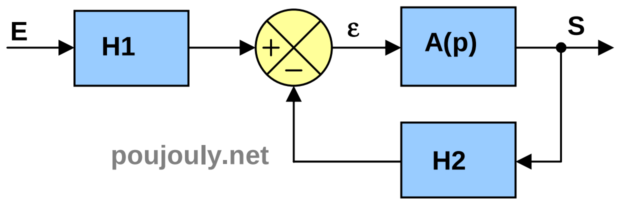
On vous propose de reprendre l'étude d'un montage à ampli-op avec une contre réaction positive telle qu'on la rencontre dans les montages de type comparateur de tension. En utilisant le modèle d'un amplificateur opérationnel standard, on vous propose de montrer que cela conduit à un système instable.

On rappelle ci-dessous le modèle interne d'un ampli-op dans lequel on suppose que $Ao = 10^5$ et le produit $Ao.fo = \frac{Ao.\omega o}{2\pi} = GBW$ correspond au produit gain bande de l'ampli-op. On donne GBW=1MHz.





$$A(p) = \frac{Ao}{1+\frac{p}{\omega o}}$$



Q1 : Pour le montage proposé, exprimer la tension différentielle ε en fonction de E, S, R1 & R2.

Q2 : Dans le schéma bloc proposé, exprimer la tension différentielle ε en fonction de E, S, H1 & H2. Par identification en déduire les expressions des blocs H1 & H2.

Q3 : On suppose que R1=R2. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $T(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ du montage complet et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme $T(p) = \frac{G}{p - po}$ en exprimant les paramètres G et po en fonction des paramètres interne de l'ampli-op Ao & ωo

Q4 : Pour la fonction de transfert T(p) quel est le nom du terme paramètre po ? Que peut-on dire à son sujet ?

Q5 : Rappeler le théorème général concernant la stabilité des systèmes asservis et en déduire la stabilité de ce montage. Justifier le résultat obtenu compte tenu du montage proposé.

Exercice n°5 : Un oscillateur ou un système asservi volontairement instable ?

Dans le cadre de cet exercice, on vous propose d'étudier un oscillateur permettant de délivrer une tonalité audio. Pour effectuer l'étude de cet oscillateur on vous propose d'adopter l'approche consistant à modéliser ce dispositif sous la forme d'un système asservi que l'on rend volontairement instable.

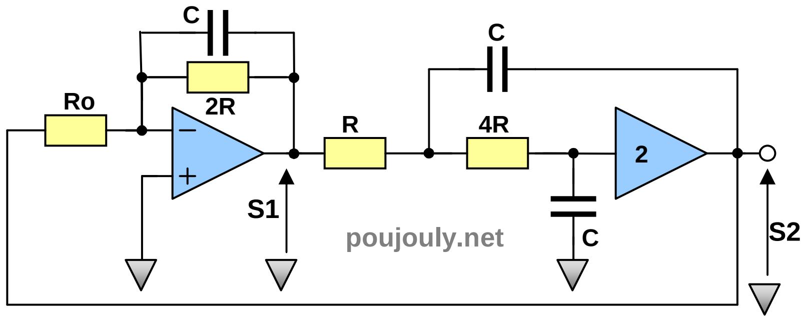


Figure 1 : Oscillateur

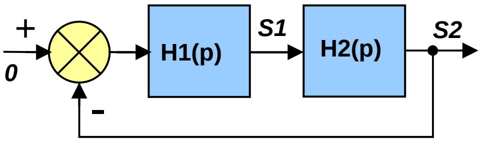


Figure 2 : Schéma bloc de l'oscillateur

Pour le schéma bloc représenté sur la figure 2, on montre que la fonction de transfert reliant S2 à S1 peut se mettre sous la forme :

$$H2(p) = \frac{2}{1 + 4RCp + 4(RCp)^2}$$

Q1 : Quel montage simple à base d'amplificateur opérationnel permet de réaliser le bloc amplification par 2 ?

Q2 : Exprimer S1(p) en fonction de S2(p), Ro, R, C et la variable de Laplace p. En déduire l'expression de la fonction de transfert H1(p) dans le schéma bloc représenté sur la figure 2. (attention au signe - dans le schéma bloc)

Q3 : En effectuant les factorisations nécessaires, montrer que la fonction de transfert en boucle ouverte peut s'écrire sous la forme indiquée ci-contre.
Exprimer K en fonction de Ro et R et ωo en fonction de R et C. Vérifier que K>0.

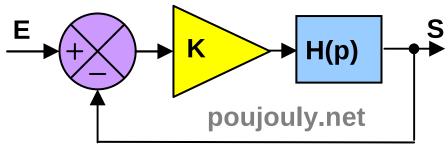
$$FTBO(p) = \frac{K}{\left(1 + \frac{p}{\omega o}\right)^3}$$

Q4 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique et réel (gain & phase) de la fonction de transfert en BO pour un coefficient K=1.

Q5 : Exprimer la pulsation $\omega\pi$ (qui sera la fréquence des oscillations) pour laquelle la phase de la fonction de transfert en BO passe par $-\pi$. En déduire une condition sur la valeur de K qui rend le système instable.

Exercice n°6 : Discussion autour d'un diagramme de Bode en Boucle ouverte

On considère le système bouclé suivant pour lequel on représente le diagramme de Bode en boucle ouverte pour une amplification K=2 sur le document réponse.

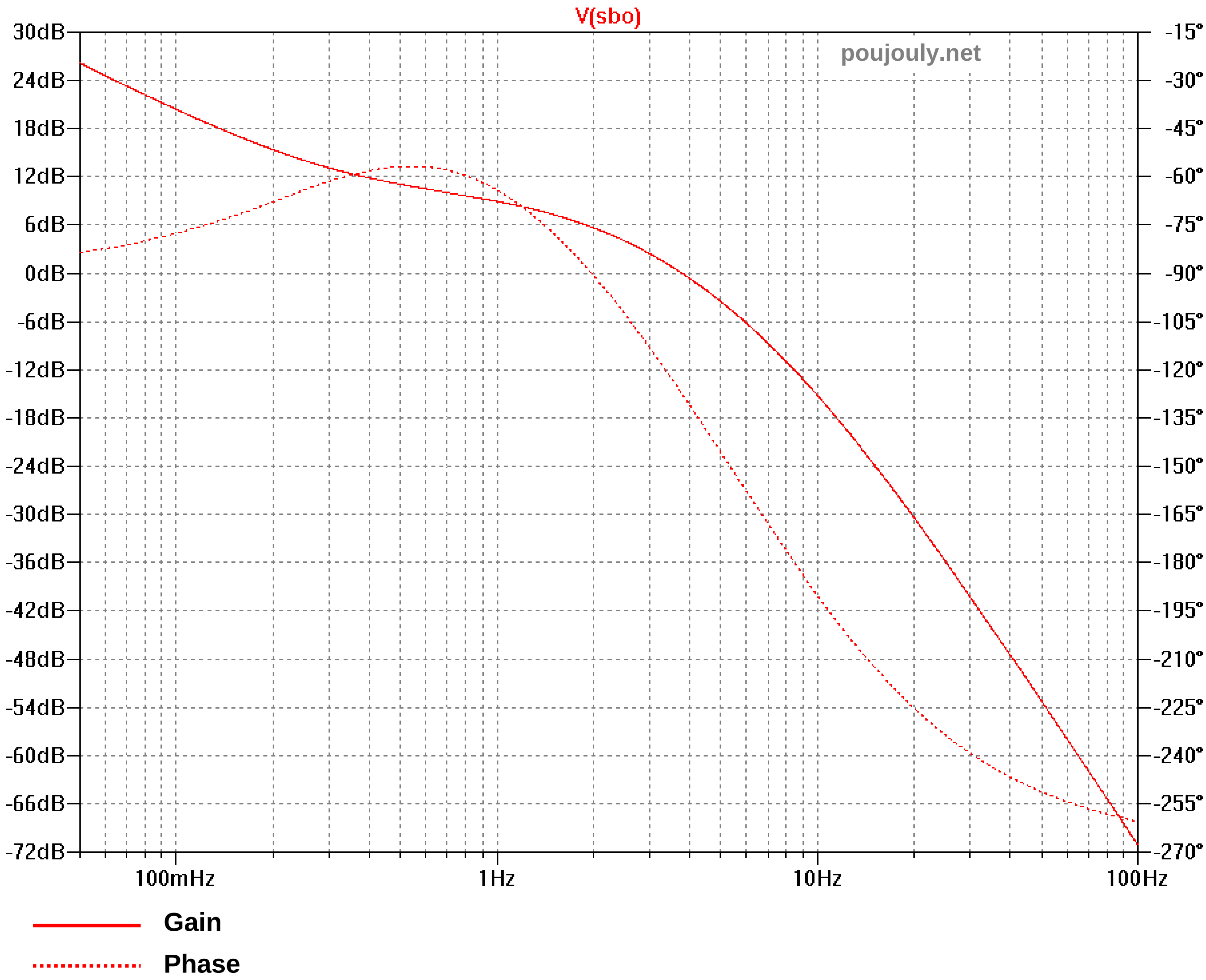


Q1 : Pour la valeur K=2, quelle est la stabilité du système ? Justifier votre réponse en indiquant graphiquement votre démarche.

Q2 : En appliquant graphiquement le critère du revers déterminer la valeur limite de K qui rend le système stable ou instable.

Q3 : Déterminer graphiquement la valeur de l'amplification K qui permet d'obtenir une marge de phase de 45°. Indiquer sur le tracé fourni la marge de phase.

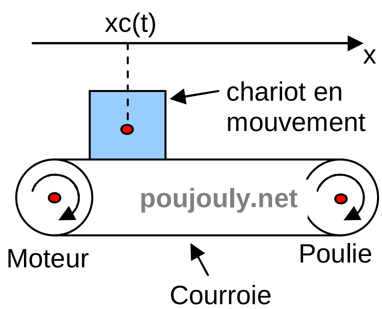
Q4 : Déterminer graphiquement la valeur de l'amplification K qui permet d'obtenir une marge de gain de 6dB. Indiquer sur le tracé fourni la marge de gain.



Exercice n°7 : Un asservissement de position

Pour cet exercice on s'intéresse à l'asservissement en position d'un chariot sur un tapis entrainé en mouvement par un moteur à courant continu comme schématisé ci-contre.

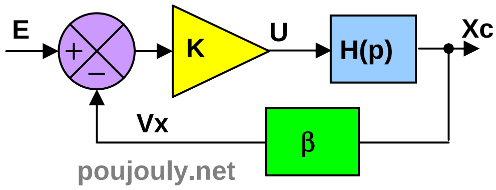
On considère que la fonction de transfert qui relie la tension de commande du moteur u(t) à la vitesse linéaire du chariot vc(t) peut être modélisé sous la forme suivante : $\frac{Vc(p)}{U(p)} = \frac{KM}{1+\tau m.p}$ dans laquelle τm=0,6s désigne la constante de temps mécanique et KM = 0,2 (SI)



Q1 : Quelle est l'unité du coefficient KM ?

Q2 : On désigne par xc(t) la position du chariot à l'instant t. Quelle est la relation entre vc(t) et xc(t) ? En déduire la fonction de transfert H(p) reliant U(p) à Xc(p).

Comme on désire effectuer un asservissement de position, on utilise un potentiomètre relié à la poulie permettant de connaitre la position du chariot. On récupère une tension image de la position de telle sorte que Vx=β.Xc avec β=2,5 (SI).
On effectue une correction proportionnelle avec un amplificateur K.



Q3 : Quelle est l'unité du coefficient β ?

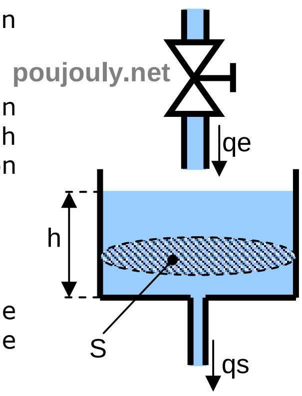
Q4 : Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \frac{Xc(p)}{E(p)}$ du système asservi et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'une fonction de transfert passe bas du 2nd ordre dont vous préciserez l'expression du coefficient d'amortissement m , de la pulsation propre ωo et de l'amplification statique A.

Q5 : Afin d'obtenir un temps d'établissement à 5% minimal, on fixe $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$. En déduire la valeur du correcteur proportionnel K.

Q6 : Tracer l'évolution de la position xc(t) si l'on applique en entrée un échelon de tension compris entre 0 et 2V en précisant la valeur du premier dépassement et l'instant pour lequel à lieu de dépassement. On suppose qu'à l' origine on se situe à la position xc=0.

Exercice n°8 : Un intégrateur pur pour le niveau d'un réservoir

On vous proposer d'étudier un dispositif permettant d'asservir le niveau d'un réservoir. On considère que le réservoir cylindrique possède une section transversale S=1m^2. On considère qu'a t=0 le réservoir est vide.



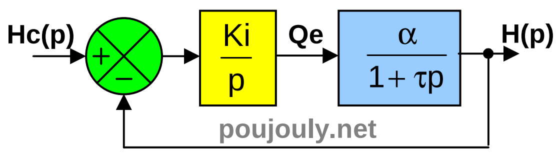
On note qe le débit qui alimente le réservoir et on note qs le débit sortant et dont on suppose que sa valeur est proportionnelle à la hauteur d'eau de telle sorte que qs=K.h avec K=1.10^{-3} (SI). Les grandeurs qe, qs et h évoluent en fonction du temps et l'on considéra donc les notations qe(t), qs(t) et h(t) dans la suite de l'exercice..

Q1 : Quelle est l'unité du coefficient K ?

Q2 : Si l'on considère une petite variation de volume d'eau dans le réservoir d'eau (que l'on note dV) dans un laps de temps très court (que l'on note dt) en déduire une équation différentielle simple entre dV/dt, qs(t) et qe(t).

Q3 : En utilisant la relation précédente montrer que le comportement du réservoir d'eau vis à vis de sa hauteur d'eau par rapport au débit d'entrée s'approche d'un système linéaire du 1er ordre de la forme $\frac{H(p)}{Qe(p)} = \frac{\alpha}{1+\tau p}$

Afin de remplir le réservoir d'eau à un niveau précis, on utilise une correction intégrale en agissant sur le débit d'entrée. On met alors en place l'asservissement représenté ci-contre dans lequel Hc désigne la consigne sur la hauteur d'eau.



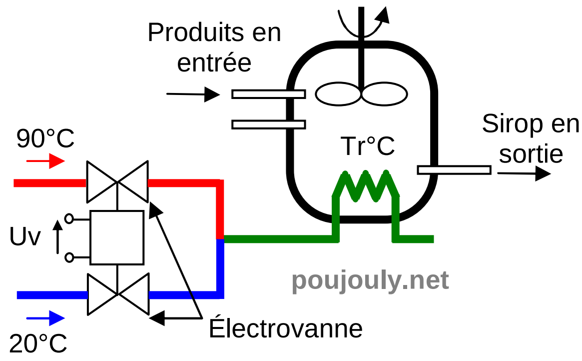
Q4 : Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \frac{H(p)}{Hc(p)}$ du système asservi et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'une fonction de transfert passe bas du 2nd ordre dont vous préciserez l'expression du coefficient d'amortissement m , de la pulsation propre ωo. Déterminer la valeur de Ki afin d'obtenir une réponse indicielle sans dépassement.

Q5 : Avec ce type de correction, existe-t-il une erreur de position ? Justifier simplement votre réponse.

Q6 : Quel dispositif proposeriez vous pour mesurer la hauteur d'eau du réservoir ?

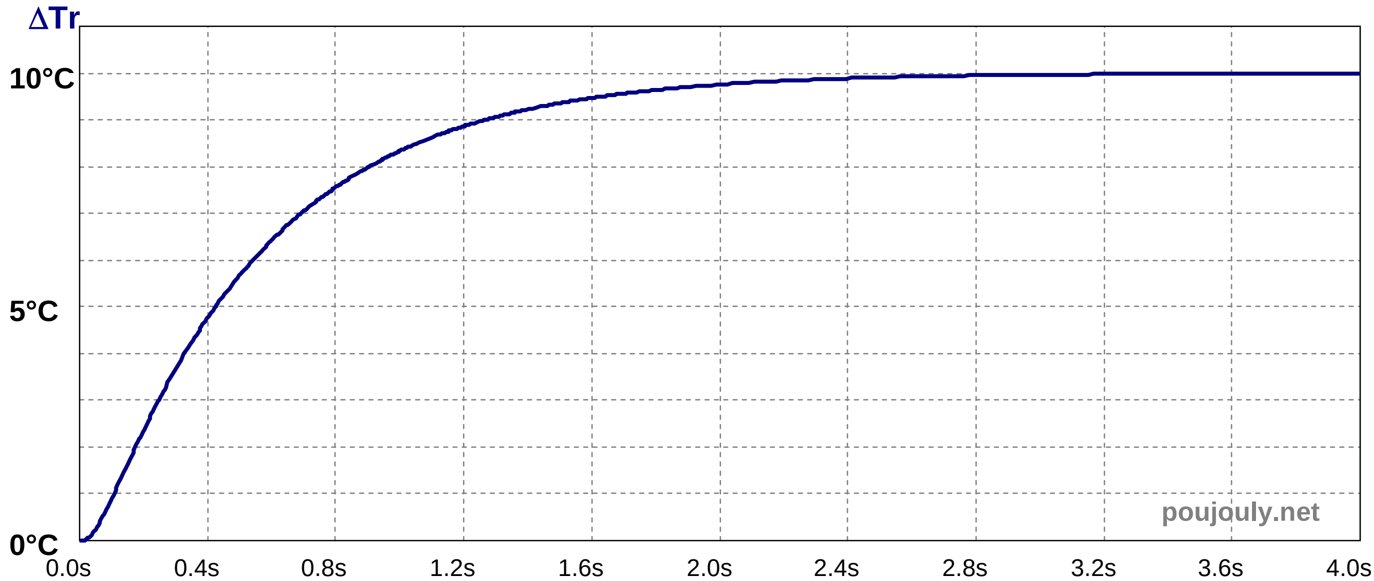
Exercice n°9 : Correction proportionnelle pour la confection d'un sirop

Pour cet exercice on s'intéresse à la régulation de température d'un réacteur de cuisson utilisé pour la confection d'un sirop. Les données du problème correspondent au réacteur instrumenté de la marque P de Galle produisant le célèbre "beau sirop, sirop gagnant" dont la mise en température nécessite un temps de réaction rapide au moment de l'injection des produits.



La régulation en température est assurée par une commande simultanée de 2 électrovannes permettant de chauffer ou refroidir le mélange à partir de 2 sources thermiques à 90°C et 20°C.

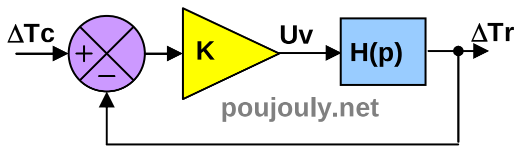
Afin de mettre en place l'asservissement on effectue un essai en boucle ouverte du système dans lequel on note la variation de température du réacteur ΔTr par rapport à la commande en tension des 2 électrovannes. On obtient le relevé proposé sur la figure ci-dessous lorsque la tension de commande Uv passe de 0 à 1V.



Q1 : On propose de modéliser la fonction de transfert du dispositif en boucle ouverte sous la forme ci-contre et pour laquelle on donne m=1,8 et fo=1Hz. Justifier que la réponse indicielle proposée n'est pas celle d'une fonction de transfert du 1er ordre. Quelle est la valeur du paramètre K_T ainsi que son unité ?

$$H(p) = \frac{\Delta Tr(p)}{Uv(p)} = \frac{K_T}{1 + 2m\frac{p}{\omega o} + \left(\frac{p}{\omega o}\right)^2}$$

Afin d'accélérer la mise en température du réacteur de cuisson, on utilise un correcteur proportionnel dont on fixe la valeur K=1.2. On note ΔTc la consigne concernant les variations de température que l'on souhaite obtenir dans le réacteur.



Q2 : Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \frac{\Delta Tr(p)}{\Delta Tc(p)}$ du système asservi et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'une fonction de transfert passe bas du 2nd ordre dont vous préciserez l'expression du coefficient d'amortissement m_1 , de la pulsation propre ωo_1 et de l'amplification statique α.

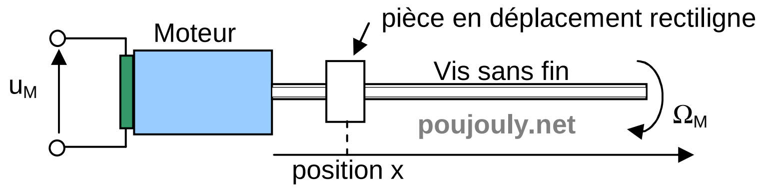
Q3 : Calculer les valeurs des grandeurs m_1, fo_1 et α. Compte tenu de la valeur de m_1 que peut-on dire de la réponse indicielle ?

Q4 : Tracer avec un minimum de précision, la réponse de la fonction de transfert en boucle fermée sur le document réponse pour un échelon de température correspondant à une variation ΔTc de 0 à 10°C. Vous superposerez votre tracé avec le tracé proposé en boucle ouverte.

Q5 : Que peut-on conclure sur le choix de ce correcteur ?

Exercice n°10 : Un asservissement de position

Pour cet exercice on s'intéresse à l'asservissement en position d'une pièce en déplacement rectiligne commandé par un moteur à courant continu et un système de vis sans fin comme schématisé ci-contre.



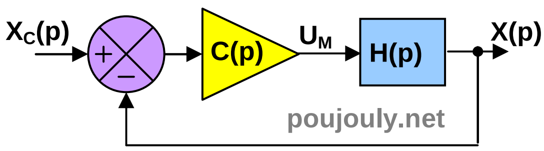
On considère que la fonction de transfert qui relie la tension de commande du moteur $u_M(t)$ à la vitesse de rotation $\Omega_M(t)$ de la vis peut être modélisée sous la forme suivante : $\frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)} = \frac{Km}{1+\tau m.p}$ dans laquelle τm=250ms désigne la constante de temps mécanique.

Q1 : Les caractéristiques du moteur données par le constructeur nous indiquent une tension de 10V pour obtenir une vitesse rotation de 6000tr/min. En déduire la valeur de Km en précisant son unité.

Si l'on désigne par x(t) la position de la pièce à l'instant t on montre que $\frac{X(p)}{U_M(p)} = \frac{\alpha}{p.(1+\tau m.p)}$ avec α= 0,1 (SI).

Q2 : Justifier simplement la présence de 1/p dans la fonction de transfert. En déduire le rapport de réduction du mécanisme de vis sans fin, c'est a dire le nombre de tours qui provoque un déplacement de 1m par exemple.

Comme on souhaite asservir la position de la pièce on met en œuvre l'asservissement représenté sur le schéma bloc ci-contre dans lequel Xc désigne la consigne de position et C(p) la fonction de transfert du correcteur. On vous propose d'étudier dans les questions suivantes quelques solutions pour la mise en œuvre du correcteur.



Un correcteur proportionnel

Pour les questions suivantes on se propose de prendre un correcteur proportionnel tel que C(p)=K.

Q4 : Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \frac{X(p)}{Xc(p)}$ du système asservi et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'une fonction de transfert passe bas du 2nd ordre dont vous préciserez l'expression du coefficient d'amortissement m1 , de la pulsation propre ωo1.

Q5 : Afin d'obtenir un temps d'établissement à 5% minimal, on fixe $m1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$. En déduire la valeur du correcteur proportionnel K.

Q6 : Tracer l'évolution de la position x(t) si l'on applique en entrée un échelon de position de 1m. Préciser la valeur du premier dépassement et l'instant pour lequel à lieu ce dépassement. On suppose qu'à l' origine on se situe à la position x=0. On rappelle les relations suivantes : $D\% = 100.\exp\left(\frac{-\pi m}{\sqrt{1-m^2}}\right)$ $tpic = \frac{Tp}{2} = \frac{\pi}{\omega o \cdot \sqrt{1-m^2}}$

Un correcteur proportionnel intégral

Q7 : On souhaite maintenant tester un correcteur proportionnel intégral défini par $C(p) = K.\left(\frac{1+\tau i.p}{\tau i.p}\right)$ en adoptant la technique de compensation du pole dominant en fixant τi=τm. Que devient la fonction de transfert en boucle ouverte du système asservi avec ce correcteur ? Pour quelle raison ce choix de correcteur n'est pas très pertinent ?

Un correcteur à avance de phase

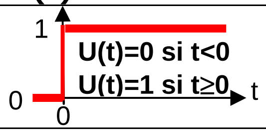
On opte cette fois-ci pour un correcteur à avance de phase dont on donne la fonction de transfert suivante $C(p) = K.\left(\frac{1+\tau_1.p}{1+\tau_2.p}\right)$ en adoptant une compensation du pole dominant et en fixant τ_1=τm.

Q8 : Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \frac{X(p)}{Xc(p)}$ du système asservi et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'une fonction de transfert passe bas du 2nd ordre dont vous préciserez l'expression du coefficient d'amortissement m2 et de la pulsation propre ωo2.

Q9 : Déterminer les valeurs de τ_2 et K afin d'obtenir un coefficient d'amortissement $m2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et une réponse indicielle 2 fois plus rapide que dans le cas de la correction proportionnelle précédente.

Annexe

Transformée de Laplace

U(t) : échelon unité	f(t)	F(p)	f(t)	F(p)
 $U(t)=0$ si $t<0$ $U(t)=1$ si $t\geq0$	$K.U(t)$	$\frac{K}{p}$	$e^{-at}.U(t)$	$\frac{1}{p+a}$

Réponse indicielle pour un passe bas du 2nd ordre

$D\% = 100.\exp\left(\frac{-\pi m}{\sqrt{1-m^2}}\right)$ pour $tpic = \frac{Tp}{2} = \frac{\pi}{\omega o \cdot \sqrt{1-m^2}}$