



DV4 : Filtre du 2nd ordre & applications



Objectifs

Ce quatrième devoir de vacances vous propose de revenir sur les structures de filtrage du 2nd ordre que l'on rencontre couramment dans les systèmes électroniques. Par ailleurs ce devoir vous permet de revoir l'application du théorème de Millman dans un certain nombre de montages à amplificateur opérationnel.



Exercice n°1 : Etude d'un filtre passe bas du 2nd ordre

Le schéma proposé ci-contre est issu d'une note d'application du constructeur Texas Instrument. On suppose que l'amplificateur opérationnel est idéal et fonctionne en régime linéaire.

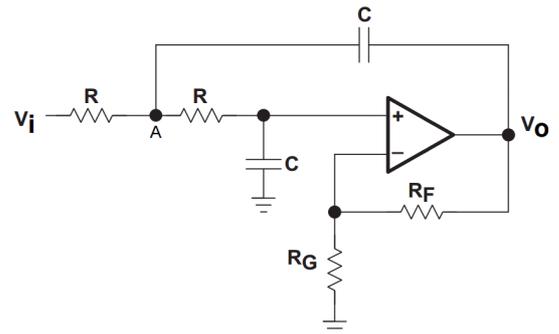
Q1 : Quel simple montage reconnaît-on entre l'entrée V_+ et la sortie V_O ? Montrer que l'on peut écrire $V_O = k \cdot V_+$.

Q2 : En utilisant le théorème de Millman, exprimer le potentiel au point A $V_A(j\omega)$ en fonction de $V_i(j\omega)$, $V_O(j\omega)$, R , C , $j\omega$ et k .

Q3 : Quel montage simple reconnaît-on entre V_A et V_+ ? En déduire une relation entre $V_A(j\omega)$, $V_O(j\omega)$, R , C , $j\omega$ et k .

Q4 : En utilisant les 2 équations précédentes, montrer que la fonction de transfert de ce montage peut se mettre sous la forme d'une fonction passe bas du 2nd ordre dont vous préciserez les expressions des paramètres caractéristiques.

Q5 : On souhaite obtenir une réponse Butterworth ($m = \frac{1}{\sqrt{2}}$) et une fréquence de coupure de 3kHz. Proposer des valeurs de composants dans les séries normalisées (E12 pour le condensateur C et E24 pour les résistances). Proposer une simulation LTSpice permettant de vérifier le bon dimensionnement de votre montage.



2-Pole Low-Pass Sallen-Key Filter



Exercice n°2 : Etude d'un filtre passe haut du 2nd ordre

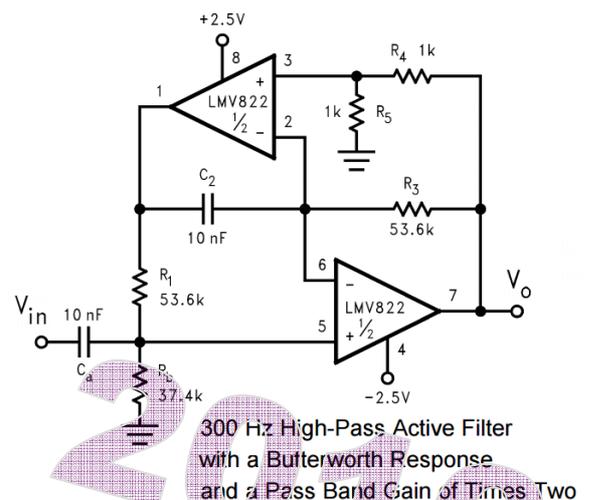
Le montage représenté ci-contre provient de la documentation constructeur de l'amplificateur opérationnel double LMV822. On vous propose de vérifier la cohérence des indications portées sur le schéma en calculant la fonction de transfert de ce montage. Pour simplifier les notations : on pose $R=R_1=R_3=53,6k\Omega$, $C=C_a=C_2=10nF$, et $R_o=R_5=R_4=1k\Omega$. On suppose que les 2 amplificateurs opérationnels sont parfaits et fonctionnent en régime linéaire.

Q1 : Appliquer le théorème de Millman sur la borne + (5) et exprimer $V_+(5)$ en fonction de $V_{IN}(j\omega)$, $V_1(j\omega)$ et des éléments présents. On appelle $V_1(j\omega)$ la tension en sortie de l'ampli-op sur la borne 1.

Q2 : Appliquer le théorème de Millman sur la borne - (6) et exprimer $V_-(6)$ en fonction de $V_1(j\omega)$, $V_O(j\omega)$ et des éléments présents.

Q3 : Quelle simple relation peut-on établir entre $V_+(3)$ et $V_O(j\omega)$?

Q4 : En utilisant les relations précédentes, montrer que la fonction de transfert de ce montage peut se mettre sous la forme d'une fonction passe haut du 2nd ordre dont vous préciserez les expressions et valeurs des paramètres caractéristiques (gain max, fréquence propre et coefficient d'amortissement). Les indications portées sur le schéma sont-elles cohérentes? Vérifier par simulation LTSpice le bon fonctionnement de ce filtre.



300 Hz High-Pass Active Filter with a Butterworth Response and a Pass Band Gain of Times Two



Exercice n°3 : Etude d'un filtre passe bande pour analyseur de spectre audio



Afin de réaliser un analyseur de spectre audio, il est possible d'utiliser un grand nombre de filtres passes bandes qui couvrent ainsi l'ensemble des bandes audio. Une détection d'amplitude couplé à un circuit de conversion pour chaque bande permet d'obtenir la représentation fréquentielle souhaitée. Toutefois afin de réduire le nombre d'éléments nous proposons un dispositif à base d'un filtre unique comme le montre la figure ci-dessous.

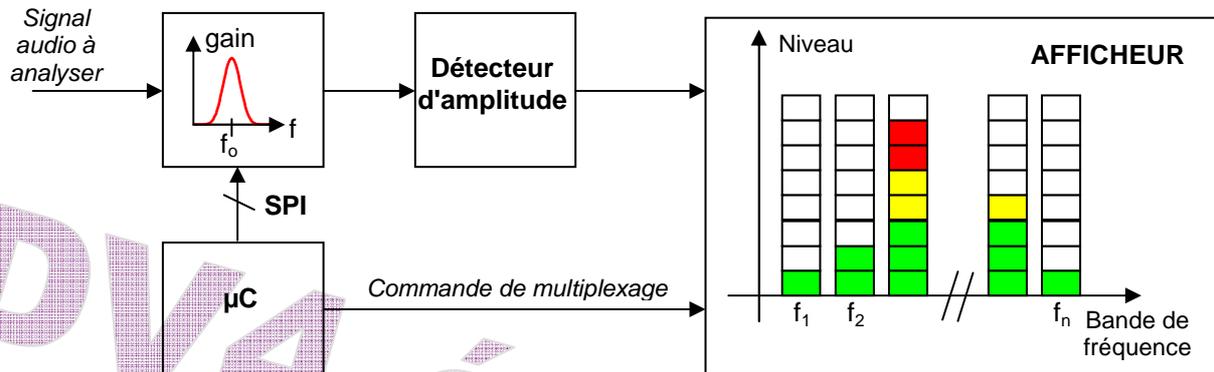


Figure 1 : Principe d'un analyseur de spectre audio

Le filtre passe bande d'analyse que nous vous proposons d'étudier dans ce problème est un filtre analogique programmable commandé par une liaison SPI et dont le schéma est donné sur la figure 2 suivante :

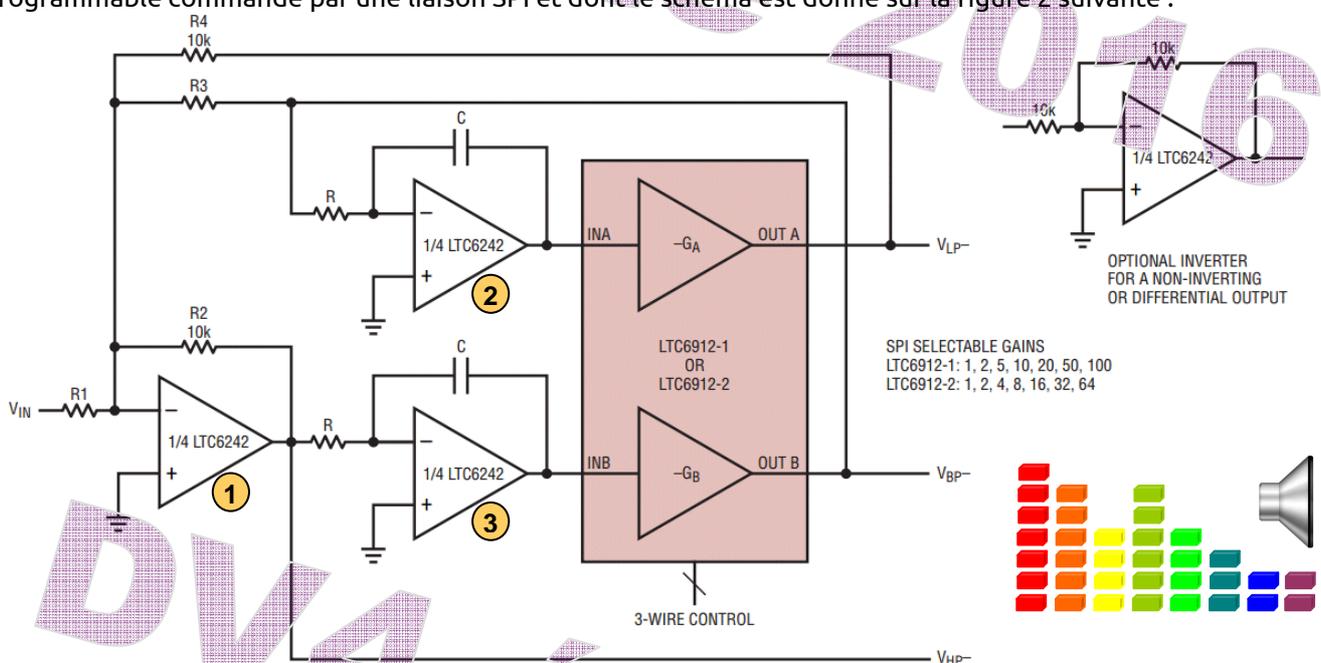


Figure 2 : Filtre analogique programmable

Pour la mise en œuvre de ce filtre on sélectionne l'amplificateur programmable LTC6912-2 et l'on considère que l'amplification $-G$ apportée par ce montage est identique pour les 2 amplificateurs. L'amplification G peut prendre les valeurs 1, 2, 4, 8, 16, 32 & 64 à partir des commandes envoyées sur le bus SPI. Le filtre représenté sur la figure 2 possède 3 sorties et nous utiliserons dans ce problème que la sortie V_{BP-} .

Q1 : En appliquant le théorème de Millman sur l'entrée V_- de l'ampli-op ① en déduire une relation entre V_{IN} , V_{HP-} , V_{LP-} , V_{BP-} , $R_2=R_4$, R_1 et R_3

Q2 : En considérant le montage à ampli-op ②, proposer une relation entre V_{LP-} , V_{BP-} , R , $jC\omega$ et G .

Q3 : En s'inspirant de la question précédente et en considérant le montage à ampli-op ③, déterminer une relation entre V_{BP-} , V_{HP-} , R , $jC\omega$ et G .

Q4 : En utilisant les équations précédentes, montrer que la fonction de transfert peut se mettre sous la forme indiquée ci-contre. Exprimer les paramètres caractéristiques en fonction des éléments du filtre.

$$\frac{V_{BP-}(j\omega)}{V_{IN}(j\omega)} = T \max \cdot \frac{\frac{j\omega}{Q\omega_0}}{1 + \frac{j\omega}{Q\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Q5 : On souhaite un gain maximum de 0dB et un facteur de qualité $Q = \sqrt{2}$. En déduire les valeurs de R1 et R3.

Q6 : Proposer un couple de valeur RC permettant de fixer la plus petite des fréquences propre f_0 à la valeur de 125Hz. Compte tenu de la valeur particulière du facteur de qualité, tracer l'allure des 7 diagrammes de Bode pour les 7 valeurs d'amplification. Vérifier votre résultat en effectuant une simulation LTSpice et justifier l'intérêt de ce filtre pour la réalisation de l'analyseur de spectre.

Exercice n°4 : Antenne pour un circuit de mesure de pression de pneu

On s'intéresse au système de transmission utilisé dans la mesure de pression d'un pneu sans fil. Le circuit représenté sur la figure 1 suivante représente le dispositif de réception constitué par l'antenne (Inductance L1) et dans lequel on associe un condensateur C1 permettant d'effectuer l'accord. On obtient alors un filtre passe bande sélectif du 2nd ordre destinée à recevoir les données transmises sur la fréquence $f_0=125kHz$.

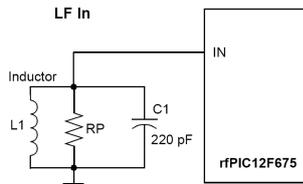
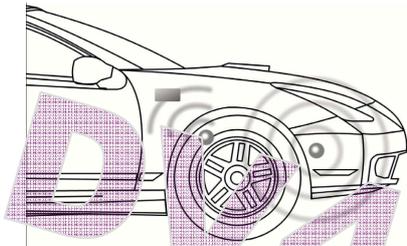


Figure 1 : Circuit de réception

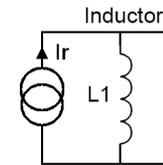


Figure 2 : Modèle de l'antenne de réception

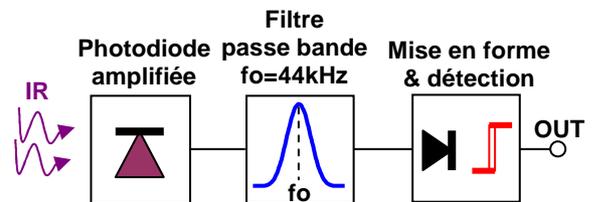
Q1 : Rappeler l'expression typique de la fréquence centrale f_0 en fonction de L1 & C1. En déduire la valeur de l'inductance L1.

Q2 : On rappelle que le facteur de qualité de la bobine est défini par $Q = \frac{RP}{L1 \cdot \omega_0}$. En déduire la valeur de la résistance de perte de la bobine sachant que l'on donne $Q=35$.

Q3 : Comment se comporte le montage constitué de L1 et C1 à la fréquence $f=f_0$? Redessiner le schéma équivalent du montage pour la fréquence $f=f_0$ en utilisant le modèle proposé sur la figure 2. Sachant que le signal de réception est $I_r = I_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f_0 \cdot t)$ avec $I_0=1\mu A$ en déduire l'amplitude du signal que l'on retrouve sur l'entrée du circuit rfPIC12F675.

Exercice n°5 : Un filtre passe bande pour un récepteur IR

On vous propose d'étudier un filtre passe bande utilisé dans un dispositif de réception Infra Rouge dont la modulation est fixée à 44kHz. Ce filtre est constitué d'un amplificateur que l'on suppose idéal et dont le coefficient d'amplification est k.



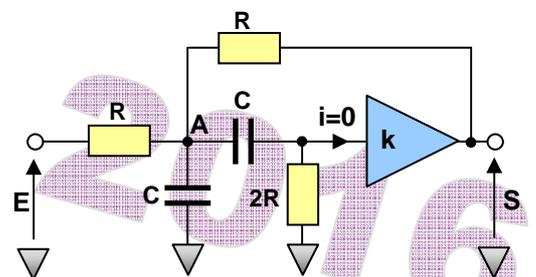
Q1 : En utilisant le théorème de Millman, exprimer le potentiel au point A, $V_A(j\omega)$ en fonction de $E(j\omega)$, $S(j\omega)$, R, C, $j\omega$ et k.

Q2 : Quel montage simple reconnait-on entre V_A et l'entrée de l'amplificateur ? En déduire une relation entre $V_A(j\omega)$, $S(j\omega)$, R, C, $j\omega$ et k.

Q3 : En utilisant les 2 équations précédentes, montrer que la fonction de transfert de ce montage peut se mettre sous la

forme suivante :

$$\frac{S(j\omega)}{E(j\omega)} = T_{max} \cdot \frac{\frac{j\omega}{Q \cdot \omega_0}}{1 + \frac{j\omega}{Q \cdot \omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$$



Q4 : On souhaite obtenir un facteur de qualité $Q=10$. On fixe par ailleurs $C=330pF$. En déduire les valeurs de k et R. Comment peut-on réaliser l'amplification k ?

Q5 : Proposer une simulation LTSpice de ce montage permettant de vérifier la cohérence de votre réglage.

Contexte de l'étude

Dans les systèmes de télécommunications, on cherche le plus souvent à concentrer le maximum de puissance autour de la porteuse et donc de minimiser l'encombrement spectral. Ce concept est évidemment respecté dans les modulations GMSK utilisées à l'heure actuelle pour la téléphonie mobile. Bien que ces filtres soient la plupart du temps réalisés numériquement nous vous proposons une réalisation analogique en utilisant 2 filtres passe bas du 2nd ordre connectés en cascade.

Etude des cellules passe bas du 2nd ordre

Afin de réaliser chaque cellule passe bas du 2nd ordre, on opte pour une structure de type Biquad dans laquelle le réglage des grandeurs caractéristiques (f_0 , m) est simplifié. Le schéma du filtre est celui de la figure 1 dans lequel on suppose que les amplificateurs opérationnels utilisés sont parfaits et fonctionnent en régime linéaire.

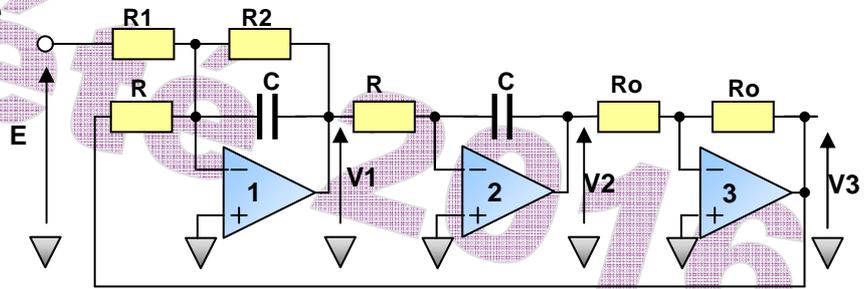


Figure 1 : Cellule Biquad

Q1 : Exprimer la relation entre $V3(j\omega)$ et $V2(j\omega)$ pour le montage autour de l'ampli opérationnel 3.

Q2 : Exprimer la relation entre $V2(j\omega)$, $V1(j\omega)$, R, C et $j\omega$ pour le montage autour de l'ampli opérationnel 2

Q3 : Exprimer la relation entre $V1(j\omega)$, $E(j\omega)$, $V3(j\omega)$, R, R1, R2, C et $j\omega$ pour le montage autour de l'ampli opérationnel 1

Q4 : En utilisant les relations précédentes montrer que la fonction de transfert $\frac{V2(j\omega)}{E(j\omega)}$ peut se mettre sous la

forme : $\frac{V2(j\omega)}{E(j\omega)} = \frac{A}{1 + 2m \frac{j\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$. Exprimer A, m et ω_0 en fonction des grandeurs du montage. Quel nom

donne t-on à ces différentes grandeurs ?

Q5 : Montrer que cette réalisation permet de régler de façon indépendante les grandeurs A, m et f_0 .

Mise en œuvre du filtre gaussien :

Un filtre gaussien est défini par le module de la fonction de transfert suivante : $|H(jf)| = \exp\left(\frac{-\ln(2).f^2}{2.B^2}\right)$

Q6 : Quelle est la valeur de ce module pour $f=0$?

Q7 : Rechercher l'expression de la fréquence de coupure f_c de ce filtre à $-3dB$ et montrer qu'elle dépend du paramètre B.

Q8 : En utilisant Scilab tracer le module en fonction pour la fréquence f comprise entre 0 & 4B.

Sachant que le filtre gaussien reçoit sur son entrée un signal numérique dont le rythme est fixé par un débit binaire D, on préfère caractériser le filtre à partir d'un paramètre caractéristique communément appelé BT tel que $BT = \frac{B}{D}$. Pour nos réglages on opte pour un débit binaire de 100kbit/s (100kHz ici) et un $BT=0,3$.

On montre que l'on peut approcher la réponse gaussienne en utilisant 2 filtres passe bas dont les réglages sont :
Cellule n°1 : $m=0,5$ et $f_0=BT.D.1,85$ Cellule n°2 : $m=0,9$ et $f_0=BT.D.1,17$

Q9 : On fixe $C=2,2nF$ pour les 2 cellules. Calculer les valeurs de R, R1 et R2 pour chaque des cellules.

Q10 : Afin de vérifier en pratique le réglage de chaque cellule, que proposez vous comme technique expérimentale ? Détailler votre réponse en illustrant vos propos par des graphiques et schémas adaptés.

Q11 : Exprimer le module de la fonction de transfert d'un filtre passe bas du 2nd ordre et en utilisant Scilab, tracer la réponse fréquentielle du filtre gaussien approché en la superposant à celle du filtre idéal.