



DV4 : Analyse des signaux & filtres du 1er ordre



Objectifs

Ce quatrième devoir de vacances vous propose de revenir sur les bases de l'analyse des signaux et sur les systèmes linéaires du 1er ordre.



Exercice n°1 : Tonalité sur un poste téléphonique

Lorsqu'un abonné décroche son combiné téléphonique afin d'entamer une communication il entend la tonalité à 440Hz lui indiquant qu'il peut débiter sa numérotation. A ce moment il est possible de représenter le schéma équivalent de la ligne téléphonique par le schéma très simplifié de la figure 1 ci-contre. On donne les éléments suivants :

$$i_{DC} = i_0 = 30\text{mA} \text{ (courant continu)}$$

$$i_{AC}(t) = i_a \cdot \sin(2\pi f_a t) \text{ avec } i_a = 1,5\text{mA} \text{ et } f_a = 440\text{Hz}$$

Q1 : En utilisant une simple loi des nœuds, donner l'expression analytique de i_L et en déduire celle de V_L que vous exprimerez en fonction de i_0 , i_a , f_a et R .

Q2 : Représenter l'allure du signal V_L au cours du temps.

Q3 : Représenter le spectre en amplitude du signal V_L

Q4 : Calculer le niveau des composantes fréquentielles en dBV du signal V_L

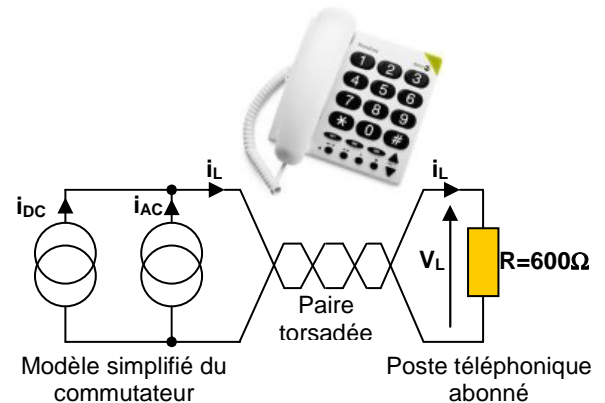


Figure 1 : Ligne téléphonique lors d'un appel



Exercice n°2 : Un filtre passe bas du 1er ordre

On considère le montage suivant extrait de la documentation constructeur de l'amplificateur opérationnel TS1005 (Silicon Labs).

Q1 : Exprimer la fonction de transfert complexe $T(j\omega)$ de ce filtre en fonction de $j\omega$, $R1$, $C1$

Q2 : Quelle est la relation entre la fréquence de coupure f_c et la pulsation ω_c ? Calculer la valeur de f_c pour notre application.

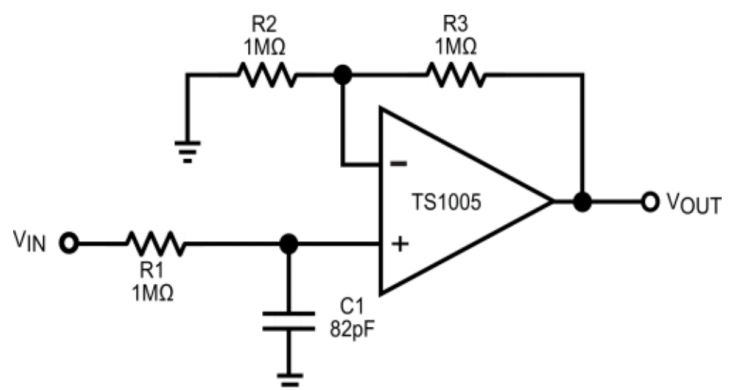


Figure : A Simple, Single-pole Active Low-Pass Filter.

Q3 : Tracer l'allure du diagramme de Bode réel (gain uniquement) pour ce filtre en précisant les pentes et points caractéristiques.

Q4 : On applique sur l'entrée de ce filtre un signal sinusoïdal de fréquence 200Hz d'amplitude 1Vpp (pp: peak to peak) et de valeur moyenne 0,5V. Tracer le spectre en amplitude de ce signal. Indiquer l'action du filtre passe bas et représenter l'allure du signal sur la sortie V_{out} de ce filtre.

Q5 : Représenter l'allure du signal sur la sortie V_{out} de l'amplificateur opérationnel si la fréquence en entrée est maintenant de 20kHz.

Exercice n°3 : Télécommande DTMF filaire

Dans le cadre de cet exercice on s'intéresse à un système de télécommande dans une usine de production de tuiles en terre cuite. Les contraintes de cette installation imposent l'utilisation d'une liaison filaire à la place d'une liaison radio. Le schéma synoptique de cette transmission est représenté sur la figure 1 ci-dessous.

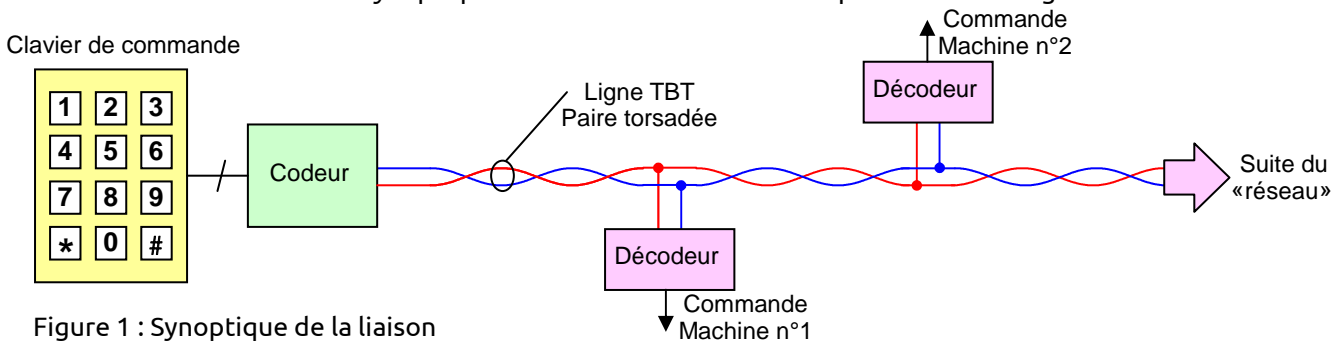


Figure 1 : Synoptique de la liaison

Pour transmettre les informations on utilise un clavier basique et le système retenu est celui du codage DTMF (Dual Tone Multi Frequency) largement utilisé en téléphonie sur les réseaux commutés.

Le principe consiste à transmettre un signal composé de la somme de 2 signaux sinusoïdaux dont les fréquences correspondent à la ligne et à la colonne du bouton appuyé. Les valeurs de fréquences retenues sont fournies dans le tableau 1 ci-contre.

Fréquences ligne & colonne			
	1209Hz	1336Hz	1447Hz
697Hz	1	2	3
770Hz	4	5	6
852Hz	7	8	9
941Hz	*	0	#

Tableau 1 : fréquences DTMF

A la sortie du codeur on envoie sur la ligne de transmission le signal de commande $V_c(t)$ qui peut s'écrire sous la forme : $V_c(t) = A \cdot \cos(2\pi f_L \cdot t) + A \cdot \cos(2\pi f_C \cdot t)$ avec $A=1V$. Les quantités f_L et f_C correspondent respectivement aux fréquences ligne et colonne du bouton appuyé.

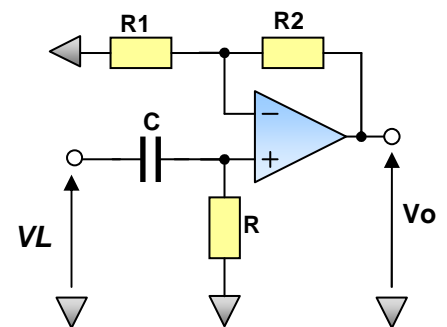
Q1 : Représenter le spectre en amplitude du signal V_c lorsqu'un opérateur appuie sur le bouton 6.

A la réception du signal en bout de ligne on constate la présence d'une composante sinusoïdale parasite se trouvant à la fréquence $f_p=50Hz$. Le signal V_L reçu est donc de la forme $V_L(t) = \alpha \cdot V_c(t) + U_p \cdot \cos(2\pi f_p \cdot t)$ où α représente un coefficient d'atténuation sur la ligne ($\alpha=0,2$) et U_p le niveau de perturbation ($U_p=100mV$).

Q2 : Quelle peut être l'origine de la perturbation sur le signal reçu en bout de ligne ?

Q3 : Représenter le spectre en amplitude du signal V_L lorsqu'un opérateur appuie sur le bouton 9.

Le signal V_L est appliqué sur le montage à amplificateur opérationnel représenté sur la figure 2 ci contre. L'amplificateur opérationnel est supposé parfait et fonctionne en régime linéaire. On donne $R_2=180k\Omega$, $R_1=20k\Omega$ et $R=18k\Omega$



Q4 : Calculer la fonction de transfert de ce montage et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme suivante. Exprimer K et ω_c en fonction des éléments du montage.

$$T(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_L(j\omega)} = K \cdot \frac{j\omega}{1 + \frac{j\omega}{\omega_c}}$$

Q5 : On fixe $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 500Hz$. Tracer le diagramme de Bode asymptotique (Gain+phase) de ce montage et en déduire la fonction réalisée.

Q6 : Compte tenu des valeurs imposées, quelle doit être la valeur du condensateur C ?

Q7 : Exprimer le module de la fonction de transfert $|T(jf)|$ en fonction de la fréquence f et des quantités K et f_c . Calculer ce module pour la fréquence f_p et celles correspondant à l'appui du bouton 9.

Q8 : A partir des valeurs calculées à la question précédente, tracer le module du spectre en amplitude et le spectre en puissance normalisée du signal V_o .

Q9 : Conclure sur l'intérêt de ce montage dans le cadre de cette télécommande.

Exercice n°4 : Un amplificateur bass boost

On s'intéresse dans ce problème à un filtre visant à rehausser le niveau des basses pour un signal audio. On propose le montage représenté sur la figure 1 ci-contre dans lequel on suppose que l'amplificateur opérationnel est parfait et fonctionne en régime linéaire.

Q1 : Lorsque la fréquence du signal d'entrée tend vers 0, comment se comporte le condensateur C ? Dans ces conditions exprimer Vs en fonction de Ve et effectuer l'application numérique.

Q2 : Lorsque la fréquence est cette fois ci très grande, comment se comporte le condensateur C ? Dans ces conditions exprimer Vs en fonction de Ve.

Q3 : Afin de caractériser de façon plus précise le montage, exprimer la fonction de transfert de ce montage et montrer qu'elle peut se mettre sous

la forme :
$$\frac{Vs(j\omega)}{Ve(j\omega)} = K \cdot \frac{1 + \frac{j\omega}{\omega C_1}}{1 + \frac{j\omega}{\omega C_2}}$$
 avec $K = \frac{R1 + R2}{R1}$

Exprimer ωC_1 et ωC_2 en fonction de R1, R2 et C

Q4 : On fixe $f_{c2} = 200\text{Hz}$ et par conséquent $f_{c1} = 2\text{kHz}$. Calculer la valeur du condensateur C.

Q5 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique uniquement en gain de ce montage.

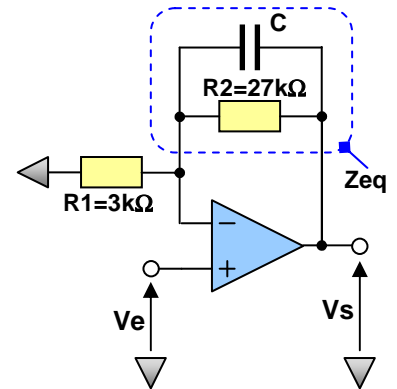
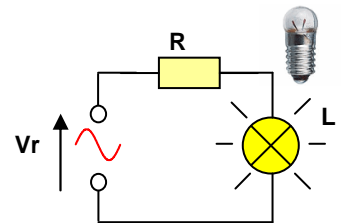


Figure 1 : Filtre Bass Boost

Exercice n°5 : Un voyant lumineux

Dans un dispositif électrique basse tension alternative, un technicien doit effectuer le remplacement d'un voyant lumineux.

Malheureusement il ne dispose que d'une petite lampe à incandescence dont les caractéristiques sont 3,5V/10mA. On considère pour simplifier l'exercice que cette lampe est équivalente à une résistance dont la valeur ne dépend pas du courant qui la traverse. On donne $V_r = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$ avec $U = 48\text{V}$ (valeur efficace) et $f = 50\text{Hz}$

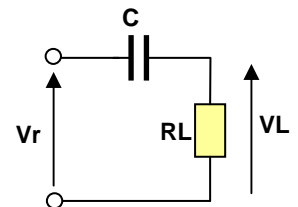


Q1 : En fonction des indications quelle est la résistance équivalente RL de cette lampe ?

Q2 : Montrer que la tension aux bornes de la lampe peut s'écrire $V_L = \sqrt{2} \cdot U_L \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$ avec UL fonction de R, RL et U. En déduire la valeur de la résistance R si on fixe $U_L = 3\text{V}$.

Q3 : Quelle est la valeur du courant efficace qui circule dans le circuit. En déduire la puissance dissipée par la résistance et conclure sur l'intérêt de ce montage.

Comme la puissance P active dissipée dans un condensateur est nulle on décide de remplacer la résistance R par un condensateur C et l'on aboutit au schéma représenté ci-contre dans lequel RL désigne la résistance de la lampe.



Q4 : Exprimer la fonction de transfert de ce montage et montrer qu'elle peut se mettre

sous la forme :
$$\frac{V_L(j\omega)}{V_r(j\omega)} = \frac{\frac{j\omega}{\omega C}}{1 + \frac{j\omega}{\omega C}}$$
 . Quelle est la nature de cette fonction de transfert ?

Q5 : Exprimer le module et l'argument de cette fonction de transfert en fonction de la fréquence f et de la fréquence de coupure fc.

Q6 : Cette fois ci la tension aux bornes de la lampe peut s'écrire $V_L = \sqrt{2} \cdot U_L \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \text{Arg}(T(jf)))$ avec UL fonction de U et $|T(jf)|$. En déduire la valeur du condensateur C si on fixe $U_L = 3\text{V}$.