Devoir de vacances de printemps n°1 : Etude de Systèmes Electroniques

S.POUJOULY @poujouly http://poujouly.net

Eléments de Correction

Problème n°1 : Un impédancemètre pour filtre passifs

Q1 : En position 1 : $Vm(t) = K.Vx(t).S_{0°}(t)$ avec $Vx(t) = gm.Vo.|Zx|.\cos(2\pi fm.t + Arg(Zx))$ et $S_{0°}(t) = Vo.\cos(2\pi fm.t)$

Donc $Vx(t) = \dfrac{K.gm.Vo^2.|Zx|}{2} \cdot [\cos(Arg(Zx)) + \cos(2\pi 2fm.t + Arg(Zx))]$

Q2 : Si le filtre passe bas est choisi de telle sorte à « éliminer » la composante en 2fm alors

$Vout(t) = \dfrac{K.gm.Vo^2.|Zx|}{2} \cdot \cos(Arg(Zx))$ de la forme indiquée avec $\boxed{\alpha = \dfrac{K.gm.Vo^2}{2}}$

Q3 : En position 2 : $Vm(t) = K.Vx(t).S_{90°}(t)$ avec $S_{90°}(t) = Vo.\cos\left(2\pi fm.t + \dfrac{\pi}{2}\right)$

Donc $Vx(t) = \dfrac{K.gm.Vo^2.|Zx|}{2} \cdot \left[\cos\left(Arg(Zx) - \dfrac{\pi}{2}\right) + \cos\left(2\pi 2fm.t + Arg(Zx) + \dfrac{\pi}{2}\right)\right]$

On obtient donc $Vout(t) = \dfrac{K.gm.Vo^2.|Zx|}{2} \cdot \cos\left(Arg(Zx) - \dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{K.gm.Vo^2.|Zx|}{2} \cdot \sin(Arg(Zx))$

Q4 : Comme on connaît les grandeurs Vo, K et gm il suffit d'effectuer une conversion des coordonnées cartésiennes en coordonnées polaires pour calculer $|Zx|$ et $Arg(Zx)$.

Q5 : On choisit une atténuation suffisante correspondant à la fréquence 2fm=f2=60Hz. La fréquence de coupure est fixée à 10Hz pour ne pas avoir de temps de réponse trop long $\boxed{tr=1/fc=100ms}$

Q6 : x=60Hz/10Hz=6. Avec une atténuation de 40dB on trouve un $\boxed{\text{ordre } 3}$

Q7 : Réponse la plus plate dans la bande passante. Voir poly de cours.

Q8 : 1 filtre du 1er ordre avec $\boxed{fc=f1=10Hz}$ + 1 filtre du 2nd ordre avec $\boxed{fo=f1=10Hz}$ et 2m=1 soit $\boxed{m=0,5}$

Q9 : $VA(j\omega) = \dfrac{\dfrac{Ve(j\omega)}{R} + \dfrac{Vs(j\omega)}{R}}{\dfrac{3}{R} + jC_1\omega}$ donc $\boxed{VA(j\omega) = \dfrac{Ve(j\omega) + Vs(j\omega)}{3 + jRC_1\omega}}$

Q10 : Il s'agit d'un montage intégrateur pur donc $\boxed{Vs(j\omega) = -VA(j\omega).\dfrac{1}{jRC_2\omega}}$

Q11 : En associant les 2 équations précédentes $-jRC2\omega.Vs(j\omega) = \dfrac{Ve(j\omega) + Vs(j\omega)}{3 + jRC_1\omega}$

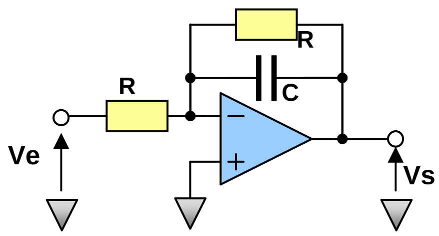
Soit $-Vs(j\omega).[3jRC_2\omega + R^2C_1C_2(j\omega)^2] = Ve(j\omega) + Vs(j\omega)$ donc $T(j\omega) = \dfrac{Vs(j\omega)}{Ve(j\omega)} = \dfrac{-1}{1 + 3RC2(j\omega) + R^2C1C2(j\omega)^2}$

Q12 : de la forme: $T(j\omega) = \dfrac{Vs(j\omega)}{Ve(j\omega)} = \dfrac{-1}{1 + 2m\left(\dfrac{j\omega}{\omega o}\right) + \left(\dfrac{j\omega}{\omega o}\right)^2}$ avec $\boxed{\omega o = \dfrac{1}{R\sqrt{C_1.C_2}}}$ et $\dfrac{2m}{\omega o} = 3RC_2$ donc $\boxed{m = \dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{C_2}{C_1}}}$

Q13 : C_1=270nF m=0,5 et fo=10Hz donc $\boxed{C_2=30nF}$ (2 condensateurs de 15nF en //) et $\boxed{R=176,8k\Omega}$ (180kΩ)

Q14 : Pour réaliser le filtre du 1er ordre avec une inversion de signe on propose le montage ci-contre.

Comme $fc = \dfrac{1}{2\pi RC}$ on peut prendre R=130kΩ (E24) et C=120nF (E12)



Problème n°2 : Filtrage électrique pour un signal audio

Etude & dimensionnement du filtre passe haut du 2nd ordre

Q1 : Sallen & Key **Q2 :** Montage suiveur V+=S1

Q3 : Théorème de Millmann au point A : $VA = \dfrac{\dfrac{S1}{R1} + E1.jC\omega + S1.jC\omega}{\dfrac{1}{R1} + 2jC\omega}$ soit $\boxed{VA = \dfrac{S1(1 + jR1C\omega) + E1.jR1C\omega}{1 + 2jR1C\omega}}$

Q4 : Entre le potentiel VA et l'entrée + de l'AOP on reconnaît un simple montage passe haut RC donc :

$$\boxed{S1 = VA.\frac{jR2C\omega}{1 + jR2C\omega}} \text{ soit } \frac{S1(1 + jR2C\omega)}{jR2C\omega} = VA$$

Q5 : En regroupant les 2 équations précédentes il vient : $\dfrac{S1(1 + jR2C\omega)}{jR2C\omega} = \dfrac{S1(1 + jR1C\omega) + E1.jR1C\omega}{1 + 2jR1C\omega}$

$$S1(1 + jR2C\omega)(1 + 2jR1C\omega) = S1(jR2C\omega)(1 + jR1C\omega) + E1.R1R2C^2(j\omega)^2$$

$$S1(1 + jR2C\omega)(1 + 2jR1C\omega) - S1(jR2C\omega)(1 + jR1C\omega) = E1.R1R2C^2(j\omega)^2$$

$$S1\left(1 + 2jR1C\omega + R1.R2C^2(j\omega)^2\right) = E1.R1R2C^2(j\omega)^2 \text{ soit } \boxed{\frac{S1}{E1} = \frac{R1R2C^2(j\omega)^2}{1 + 2jR1C\omega + R1.R2C^2(j\omega)^2}}$$

Q6 : de la forme $\boxed{\dfrac{S1}{E1} = \dfrac{\left(\dfrac{j\omega}{\omega o}\right)^2}{1 + 2m\left(\dfrac{j\omega}{\omega o}\right) + \left(\dfrac{j\omega}{\omega o}\right)^2}}$ avec $\boxed{\omega o = \dfrac{1}{C\sqrt{R1R2}}}$ et $\dfrac{2m}{\omega o} = 2R1C$ soit $\boxed{m = \sqrt{\dfrac{R1}{R2}}}$

Q7 : $m = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{R1}{R2}}$ donc $\boxed{R2 = 2.R1 = 22k\Omega}$ donc $\boxed{C = \dfrac{1}{2\pi.fo.\sqrt{R1.R2}} = \dfrac{1}{2\pi.fc.\sqrt{R1.R2}} = 41nF}$ (39nF série E12) car fc=250Hz pour le filtre passe haut.

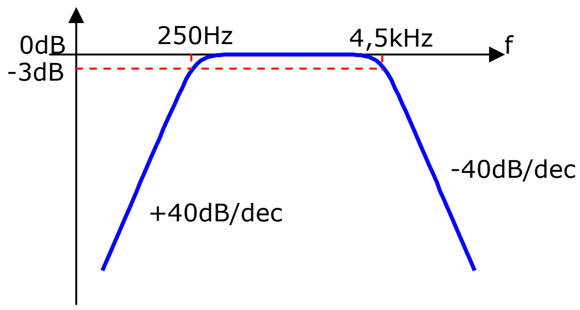
Dimensionnement du filtre passe bas du 2nd ordre & analyse du filtre

Q8 : La fonction de transfert $\dfrac{S}{S1} = \dfrac{1}{1 + 2jRC2\omega + (j\omega)^2R^2C1.C2}$ est de la forme $\boxed{\dfrac{S}{S1} = \dfrac{1}{1 + 2m\dfrac{j\omega}{\omega o} + \left(\dfrac{j\omega}{\omega o}\right)^2}}$

avec $\boxed{\omega o = \dfrac{1}{R\sqrt{C1C2}}}$ et $\boxed{m = \sqrt{\dfrac{C2}{C1}}}$ comme $m = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{C2}{C1}}$ donc $\boxed{C1 = 2C2 = 6{,}6nF}$ (6,8nF en série E12)

$\boxed{R = \dfrac{1}{2\pi.fo.\sqrt{C1.C2}} = \dfrac{1}{2\pi.fc.\sqrt{C1.C2}} = 7{,}58k\Omega}$ (7,5kΩ série E24) car fc=4,5kHz pour le filtre passe bas

Q9 : Diagramme de Bode



Problème n°3 : Etude d'un filtre pour un analyseur de spectre audio

Q1 : $Vm = -\frac{R2}{R1}\cdot Ve - \frac{R2}{R3}\cdot Vs$ **Q2 :** $Vh = Vm - Vl$ **Q3 :** $Vs = \frac{jf}{fo}\cdot Vh$ soit et $Vl = \frac{jf}{fo}\cdot Vs$

Q4 : $Vs = \frac{jf}{fo}\cdot(Vm - Vl) = \frac{jf}{fo}\cdot\left(-\frac{R2}{R1}\cdot Ve - \frac{R2}{R3}\cdot Vs - \frac{jf}{fo}\cdot Vs\right)$

donc $Vs\left[1+\frac{R2}{R3}\cdot\frac{jf}{fo}+\left(\frac{jf}{fo}\right)^2\right] = -\frac{R2}{R1}\cdot\frac{jf}{fo}\cdot Ve$ soit $T(jf) = \frac{Vs(jf)}{Ve(jf)} = \frac{-\frac{R2}{R1}\cdot\frac{jf}{fo}}{1+\frac{R2}{R3}\cdot\frac{jf}{fo}+\left(\frac{jf}{fo}\right)^2} = -\frac{R3}{R1}\frac{\frac{R2}{R3}\cdot\frac{jf}{fo}}{1+\frac{R2}{R3}\cdot\frac{jf}{fo}+\left(\frac{jf}{fo}\right)^2}$

De la forme d'un filtre passe bande $T(jf) = \frac{Vs(jf)}{Ve(jf)} = A\max\cdot\frac{\frac{1}{Q}\cdot\frac{jf}{fo}}{1+\frac{1}{Q}\cdot\frac{jf}{fo}+\left(\frac{jf}{fo}\right)^2}$ avec $\boxed{A\max = -\frac{R3}{R1}}$ et $\boxed{Q = \frac{R3}{R2}}$

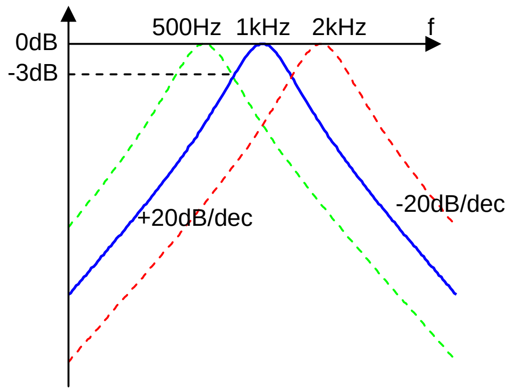
Q5 : $\boxed{R3=5{,}1k\Omega}$ et $\boxed{R1=5{,}1k\Omega}$

Q6 : Fclk=100kHz $\Rightarrow$ fo=1kHz

Le choix $Q=\sqrt{2}$ permet d'obtenir un recouvrement des tracés à -3dB comme l'indique la figure suivante. Les 2 fréquences de coupure fc1 et fc2 correspondent au milieu géométrique sur une échelle logarithmique donc

$\boxed{fc1 = \sqrt{500Hz.1kHz} = 707Hz}$

$\boxed{fc2 = \sqrt{1kHz.2kHz} = 1414Hz}$



Problème n°4 : Un filtre de réception pour réseau CPL

Q1 : $\boxed{T(j\omega) = A\max.\frac{\frac{j\omega}{Q.\omega o}}{1+\frac{j\omega}{Q.\omega o}+\left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}}$ **Q2 :** $\boxed{R = \frac{Rx.Rp}{Rx+Rp}}$

Q3 : $\frac{1}{Zeq} = \frac{1}{R}+\frac{1}{jL\omega}+jC\omega$ donc $\boxed{Zeq = \frac{jLR\omega}{R+jL\omega+(j\omega)^2LCR}}$

Q4 : $T(j\omega) = \frac{-Zeq}{Ro}$ **Q5 :** $T(j\omega) = \frac{\frac{-jLR\omega}{Ro}}{R+jL\omega+(j\omega)^2LCR}$ soit $\boxed{T(j\omega) = \frac{\frac{-jL\omega}{Ro}}{1+\frac{jL\omega}{R}+(j\omega)^2LC} = -\frac{R}{Ro}\cdot\frac{\frac{jL\omega}{R}}{1+\frac{jL\omega}{R}+(j\omega)^2LC}}$

de la forme indiquée avec $\boxed{\omega o = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ $\boxed{Q = \frac{R}{L\omega o}}$ et $\boxed{A\max = \frac{-R}{Ro}}$

Q6 : $\boxed{C=1{,}2nF}$ **Q7 :** $Q = \frac{fo}{BP}$ donc Q=8,53 donc $\boxed{R=7{,}77k\Omega}$ comme $Rp = Q_L\cdot L\omega o$ soit Rp=27,3kΩ donc $\boxed{Rx=10{,}9k\Omega}$ (soit 11kΩ)

Q8 : Quand Ro=Rt le gain est maximal et quand Ro=Rt+P le gain est minimal donc $\boxed{Ro = 245\Omega}$ (soit 240Ω) et $\boxed{P = 2211\Omega}$ (soit 2,2kΩ)