DL : Systèmes linéaires du 2nd ordre : Passe bas, passe bande & passe haut

Eléments de CORRECTION

Exercice n°1 : Un filtre à amortissement réglable

Q1 : Le montage simple que l'on retrouve-t-on entre V_{S2} et Vs et un amplificateur non inverseur
On en déduit donc que

$$Vs = V_{S2}\cdot\left(1+\frac{2Ro}{Ro}\right) = 3V_{S2}$$

Q2 : L'amplificateur opérationnel 2 est câblé en suiveur donc V_{S1}=V+. Comme on retrouve un montage de type pont diviseur avec le potentiomètre P alors :

$$V_{S1} = \frac{\alpha P}{\alpha P + (1-\alpha)P}\cdot Vs = \frac{\alpha P}{P}\cdot Vs = \alpha\cdot Vs$$

Q3 : Théorème de Millman au point A

$$VA = \frac{\frac{Ve}{R}+\frac{Vs}{3R}+\alpha Vs.jC\omega}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+jC\omega} = \frac{3Ve + Vs(1+3\alpha jRC\omega)}{6+3jRC\omega}$$

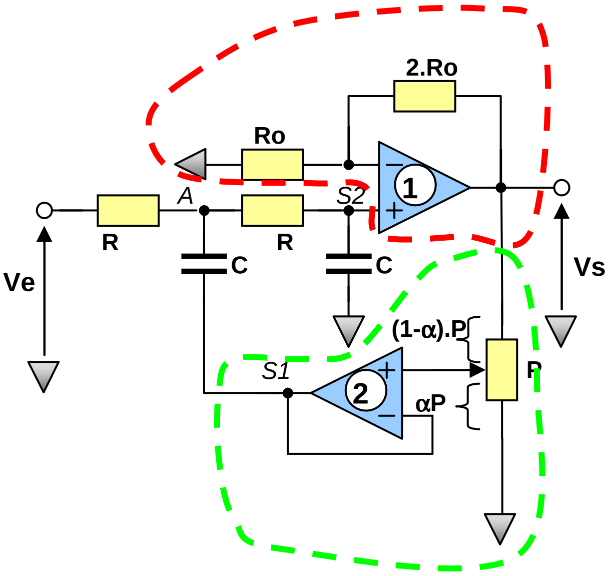

Figure 1

Q4 : Le montage simple qui se trouve entre les points A & S2 est un simple montage RC passe bas donc :

$$\frac{Vs}{3} = VA.\frac{1}{1+jRC\omega} \quad \text{donc} \quad Vs(1+jRC\omega) = 3.VA$$

Q5: En regroupant les 2 équations précédentes il vient : $Vs(1+jRC\omega)(2+jRC\omega) = 3Ve + Vs(1+3\alpha jRC\omega)$

Soit $\boxed{\frac{Vs}{Ve} = \frac{3}{1+3(1-\alpha)jRC\omega+(jRC\omega)^2}}$ de la forme indiquée avec $\boxed{To = 3}$ $\boxed{\omega o = \frac{1}{RC}}$ et $\boxed{m = \frac{3}{2}(1-\alpha)}$

Q6 : Il s'agit d'un filtre passe bas du 2nd ordre dont le coefficient d'amortissement peut se régler grâce au coefficient α.

Q7 : Pour obtenir $m = 1/\sqrt{2}$ il faut que $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2}(1-\alpha)$ soit $1-\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ soit $\alpha = 1-\frac{\sqrt{2}}{3} = 0{,}5286$

Q8 : Pour $m = 1/\sqrt{2}$ la fréquence de coupure correspond à la fréquence propre donc $\boxed{fc = \frac{1}{2\pi RC}}$

Afin d'obtenir fc=3,4kHz, on choisit R=12kΩ C =3,9nF dans la séries normalisée E12 usuelle.

Exercice n°2 : Un filtre audio pour Medium

Q1/Q2 : Pour calculer la fonction de transfert $T(j\omega)=\frac{Vh(j\omega)}{Va(j\omega)}$ du montage il suffit d'écrire un simple pont diviseur de tension tel que $T(j\omega)=\frac{R}{R+jL\omega+\frac{1}{jC\omega}}$ soit $T(j\omega)=\frac{jRC\omega}{1+jRC\omega+(j\omega)^2LC}$ de la forme

$$T(j\omega)=\frac{\frac{j\omega}{Q.\omega o}}{1+\frac{j\omega}{Q.\omega o}+\left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}$$ avec $\boxed{\omega o=\frac{1}{\sqrt{LC}}}$ et $\frac{1}{Q.\omega o}=RC$ soit $\boxed{Q=\frac{1}{RC\omega o}=\frac{1}{R}\cdot\sqrt{\frac{L}{C}}}$

Q3: On fixe Q=1 et on souhaite obtenir une fréquence centrale fo=2kHz. En reprenant les équations précédentes il vient : $\boxed{C=\frac{1}{R.Q.2\pi.fo}=9{,}9\mu F}$ et $\boxed{L=\frac{1}{C.(2\pi fo)^2}=636{,}6\mu H}$

Exercice n°3 : Analyse d'un extrait de documentation constructeur

Q1 / Q2 : On reconnaît une structure de Sallen & Key de type passe haut.

Q3 : Si on appelle A le point commun aux 2 condensateurs et à la résistance R1, en utilisant le théorème de Millman on peut écrire que $VA=\frac{\frac{Vs}{R1}+Ve.jC\omega+Vs.jC\omega}{\frac{1}{R1}+2jC\omega}$ soit $VA=\frac{Vs(1+jR1C\omega)+Ve.jR1C\omega}{1+2jR1C\omega}$

Entre le potentiel VA et l'entrée + de l'AOP on reconnaît un simple montage passe haut RC donc :

$Vs=VA.\frac{jR2C\omega}{1+jR2C\omega}$ soit $\frac{Vs(1+jR2C\omega)}{jR2C\omega}=VA$

En regroupant les 2 équations précédentes il vient :

$$\frac{Vs(1+jR2C\omega)}{jR2C\omega}=\frac{Vs(1+jR1C\omega)+Ve.jR1C\omega}{1+2jR1C\omega}$$

$$Vs(1+jR2C\omega)(1+2jR1C\omega)=Vs(jR2C\omega)(1+jR1C\omega)+Ve.R1R2C^2(j\omega)^2$$

$$Vs(1+jR2C\omega)(1+2jR1C\omega)-Vs(jR2C\omega)(1+jR1C\omega)=Ve.R1R2C^2(j\omega)^2$$

$$Vs\left(1+2jR1C\omega+R1.R2C^2(j\omega)^2\right)=Ve.R1R2C^2(j\omega)^2$$

Soit $\boxed{\frac{Vs}{Ve}=\frac{R1R2C^2(j\omega)^2}{1+2jR1C\omega+R1.R2C^2(j\omega)^2}}$ de la forme $\frac{Vs}{Ve}=\frac{\left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}{1+2\left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)+\left(\frac{j\omega}{\omega o}\right)^2}$

avec $\boxed{\omega o=\frac{1}{C\sqrt{R1R2}}}$ et $\frac{2m}{\omega o}=2R1C$ soit $\boxed{m=\sqrt{\frac{R1}{R2}}}$

Q4 : Il existe une inversion des valeurs entre R1 et R2. Il faut lire R1=39kΩ et R2=82kΩ
Application numérique : $\boxed{m=0{,}69}$ et $\boxed{fo=5025Hz}$

Q5 : Comme m est proche de 0,7 on peut considérer que fo est quasiment la fréquence de coupure fc. Comme le filtre est du 2^{nd} ordre on obtient donc une atténuation de 40dB à f=500Hz et donc de 80dB à f=50Hz ce qui correspond bien aux valeurs de l'énoncé.