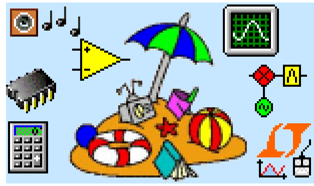
CORRECTION Devoir N°5 : Décomposition en série de Fourier & Modulation AM



Exercice n°1 : Décomposition en série de Fourier

Q1 : L'unité de mesure en amplitude est le dBV dont la définition est $U_{dBV} = 20.\log\left(\frac{Ueff}{1V}\right)$

Q2 : Parmi les signaux proposés en sortie du générateur, seul le signal carré ou triangulaire peut convenir. Il faut donc lever l'ambigüité en vérifiant les valeurs données par la décomposition en série de Fourier

Signal	Composante fondamentale	Composante harmonique de rang 3	Ecart en dB des composantes
Carré	$U1_{dBV} = 20.\log\left(\frac{4.U}{\pi.\sqrt{2}}\right)$	$U3_{dBV} = 20.\log\left(\frac{4.U}{3\pi.\sqrt{2}}\right)$	$U1_{dBV} - U3_{dBV} = 20.\log(3) = 9{,}5dBV$
Triangle	$U1_{dBV} = 20.\log\left(\frac{8.U}{\pi^2.\sqrt{2}}\right)$	$U3_{dBV} = 20.\log\left(\frac{8.U}{9.\pi^2.\sqrt{2}}\right)$	$U1_{dBV} - U3_{dBV} = 20.\log(9) = 19{,}1dBV$

Comme la différence entre les composantes est 23,9-4,8=19,1dBV le signal généré est donc le signal triangulaire.

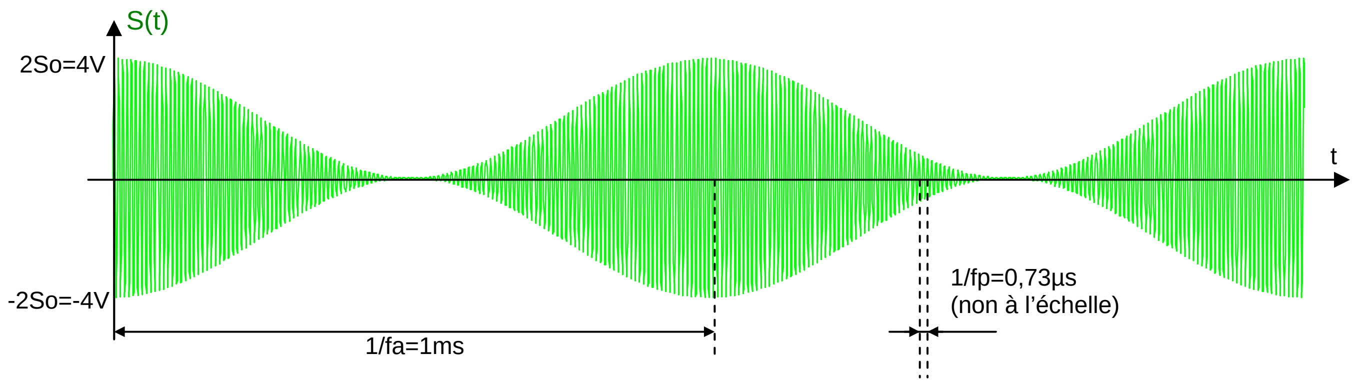
Sa fréquence est de 1kHz et son amplitude est $U = \frac{\pi^2\sqrt{2}}{8}\cdot 10^{\frac{U1dBV}{20}}$ avec U1dBV=-4,8dBV soit $\boxed{U=1V}$

Exercice n°2 : Autour d'un émetteur AM

Q1 : longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{f}$ donc $\lambda = \frac{3.10^8 m/s}{1377.10^3 Hz}$ soit $\lambda = 218m$

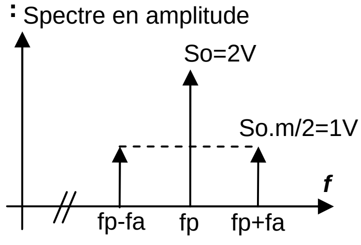
Q2 : longueur de l'antenne = ordre de grandeur de la longueur d'onde

Q3 : Représentation temporelle pour m=1

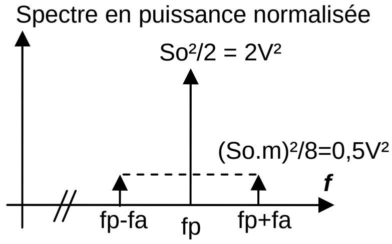


Q4 : $S(t) = So.\cos(2\pi fp.t) + \frac{So.m}{2}\cdot\cos(2\pi(fp+fa)t) + \frac{So.m}{2}\cdot\cos(2\pi(fp-fa)t)$

Q5 : Spectre en amplitude



Spectre en puissance normalisée



$$Seff^2 = \frac{So^2}{2} + 2\cdot\frac{(So.m)^2}{8} = So^2\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{m^2}{4}\right)$$

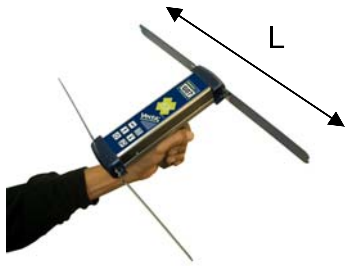
donc $Seff = So\cdot\sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{m^2}{4}\right)}$

AN : So=2V et m=1 donc Seff=1,73V

Donc Amplification = 2238

Exercice n°3 : Etude d'une balise radio pour le sauvetage en mer

Q1 : Longueur de l'antenne quart d'onde $L = \frac{c}{4f} = \frac{3.10^8 m/s}{4 \times 121.5MHz}$ soit $\boxed{L = 61{,}7cm}$



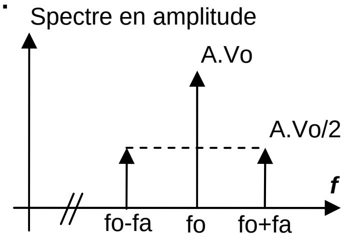
Q2 : Vs=A(K.Vol.V1+Vol)=A.Vo.[1+K.Va.cos(2πfa.t)].cos(2πfo.t)

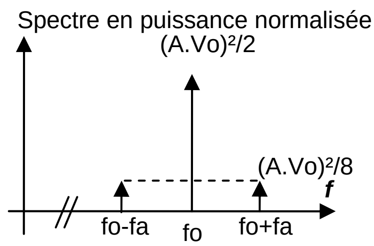
De la forme Vs=So.[1+m.cos(2πfa.t)].cos(2πfo.t)

Avec m=K.Va (taux de modulation)

Comme K=1V^{-1} il faut que Va=1V pour obtenir m=100%

Q3 :



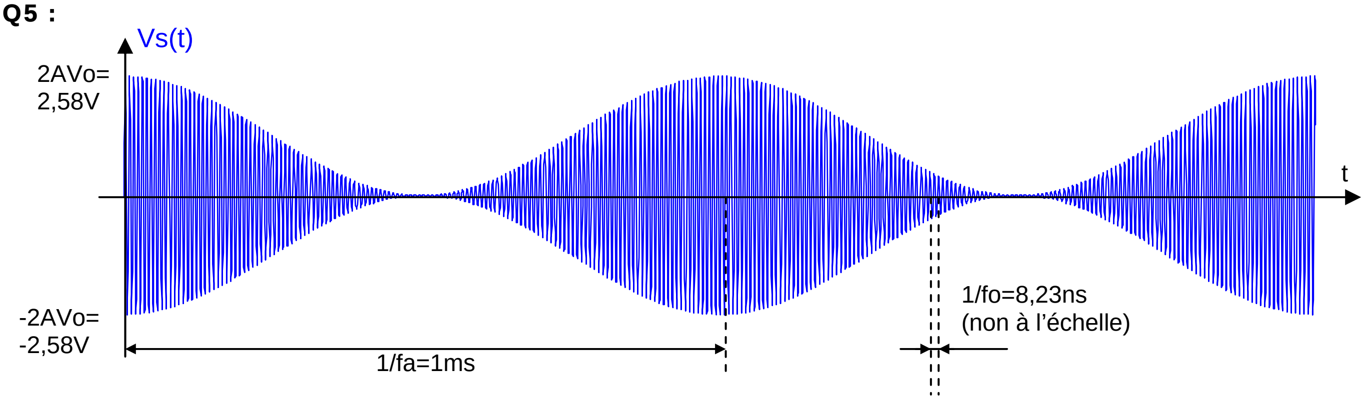


$$Vseff^2 = \frac{(A.Vo)^2}{2} + 2 \cdot \frac{(A.Vo)^2}{8} = \frac{3(A.Vo)^2}{4}$$

Q4 : La puissance d'émission est $P = \frac{Vseff^2}{R}$ avec R=50Ω donc $P = \frac{3(A.Vo)^2}{4R}$ soit $A = \frac{1}{Vo}\sqrt{\frac{4.P.R}{3}}$

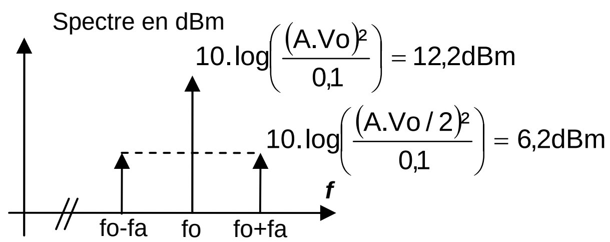
On en déduit donc une amplification A=2,58

Q5 :



Pour une composante sinusoïdale d'amplitude crête U

On rappelle que $PdBm = 10.\log\left(\frac{U^2}{0{,}1}\right)$



Q6 : Le filtre sélectif centrée sur la fréquence porteuse fo=121,5MHz permet de récupérer la composante harmonique de rang 5 de l'horloge car 5×24,3MHz=121,5MHz

Q7 : $|T(jf)| = Ao$ pour $f = fo$. La quantité Q représente le facteur de qualité.

Q8 : Le niveau de l'harmonique de rang 5 est $U_5 = \frac{4U}{5\pi}$ avec U=2,5V

Il faut donc que Ao.U_5=Vo=0,5V soit $\boxed{Ao=0{,}785}$

Q9 : Les 2 composantes les plus proches se situe à 3.fclk ou 7.fclk. Il faut donc choisir la plus grande valeur de Q telle que $|T(f=3fclk)| < \frac{Ao}{10}$ ou $|T(f=7fclk)| < \frac{Ao}{10}$ (Le rapport 1/10 correspond à une atténuation d'au moins 20dB)

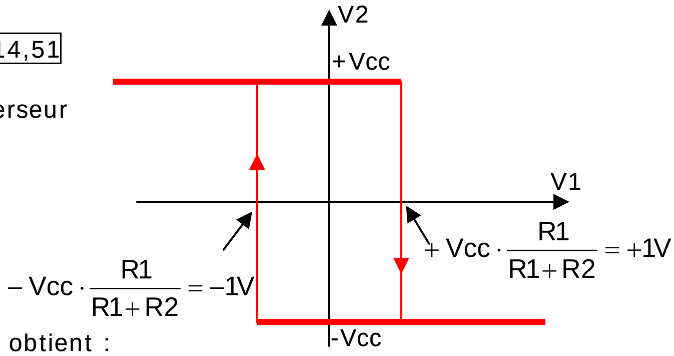
$$T(jf) = \frac{Ao \cdot \frac{jf}{Q.fo}}{1 + \frac{jf}{Q.fo} + \left(\frac{jf}{fo}\right)^2} = \frac{Ao}{1 + jQ \cdot \left(\frac{f}{fo} - \frac{fo}{f}\right)} \quad \text{donc} \quad |T(jf)| = \frac{Ao}{\sqrt{1 + Q^2 \cdot \left(\frac{f}{fo} - \frac{fo}{f}\right)^2}}$$

Une atténuation de 20dB est obtenue lorsque $|T(jf)| < \frac{Ao}{10}$ soit pour $\frac{Ao}{\sqrt{1 + Q^2 \cdot \left(\frac{f}{fo} - \frac{fo}{f}\right)^2}} < \frac{Ao}{10}$

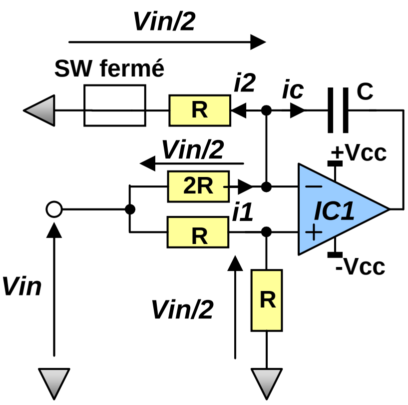
Ce qui correspond à $Q^2 \cdot \left(\frac{f}{fo} - \frac{fo}{f}\right)^2 > 99$ donc $Q > \frac{\sqrt{99}}{\left|\frac{f}{fo} - \frac{fo}{f}\right|}$

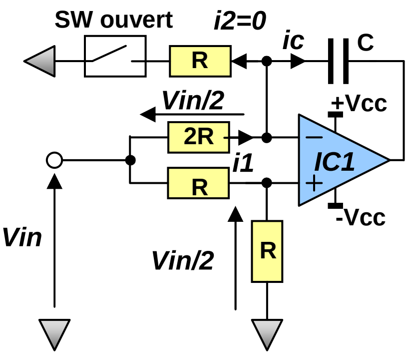
Comme fo=5.fclk, pour f=3.fclk Q> 9,32 et pour f=7.fclk $\boxed{Q>14,51}$

Q10 : Il s'agit d'un montage comparateur de type trigger inverseur



Q11 : Pour les 2 positions de l'interrupteur commandé SW on obtient :



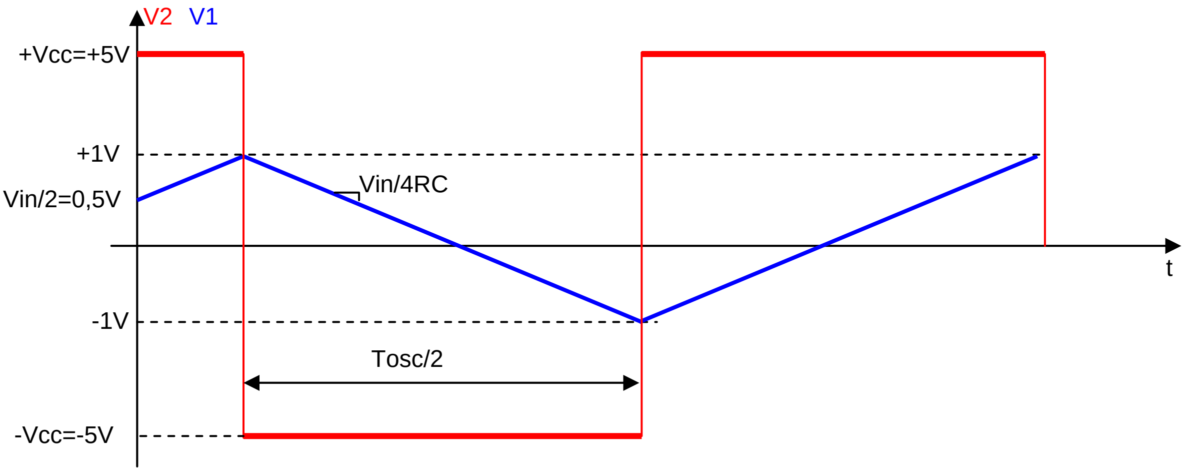


i2=Vin/2R   i1=Vin/4R   donc ic=i1-i2=-Vin/4R

i2=0   i1=Vin/4R donc ic=i1-i2=Vin/4R

En fonction des alternances le condensateur se charge sous un courant constant ic=+/-Vin/4R

Q12 : à t=0, on considère que le condensateur C est déchargé donc Uc=0
la tension V2=+Vcc donc l'interrupteur SW est fermé ic=-Vin/4R
Comme V1=(Vin/2)-Uc et ic=C.dUc/dt



Q13 : En exprimant l'expression de « la pente » on en déduit que $\frac{2V}{Tosc/2} = \frac{Vin}{4.RC}$

Donc $Fosc = \frac{1}{RC} \cdot \frac{Vin}{16V}$. La fréquence est donc directement proportionnelle à la tension de commande Vin.

Q14 : On souhaite obtenir une fréquence qui varie entre 300Hz et 1600Hz ce qui correspond à :

$\boxed{\text{Vin\_min=0,72V}}$ $\boxed{\text{Vin\_max=3,84V}}$