

Devoir N° 3 : Systèmes linéaires du 2nd ordre



A propos

Pour continuer à préparer la rentrée de septembre, je vous propose ce 3^{ème} devoir dont le thème principal porte sur les systèmes linéaires du 2nd ordre. Comme les précédents devoirs, un corrigé sera disponible d'ici une douzaine de jours sur mon site <http://poujouly.net>.

Exercice n° 1 : Un filtre à amortissement variable

Q1 : Montrer que la fonction de transfert du montage de la figure 1 ci contre peut se mettre sous la forme :

$$T = \frac{T_0}{1 + 2m \frac{j\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Exprimer T_0 , ω_0 et m en fonction des éléments du montage.

Q2 : Quel type de filtre a t'on réalisé ? Justifier le non de « filtre à amortissement variable ».

Q3 : Quelle condition sur R_A et R_B doit on imposer pour obtenir une réponse de type Butterworth ($m = 1/\sqrt{2}$).

Q4 : Tracer alors l'allure du diagramme de Bode et calculer la fréquence de coupure (-3dB) de ce filtre.

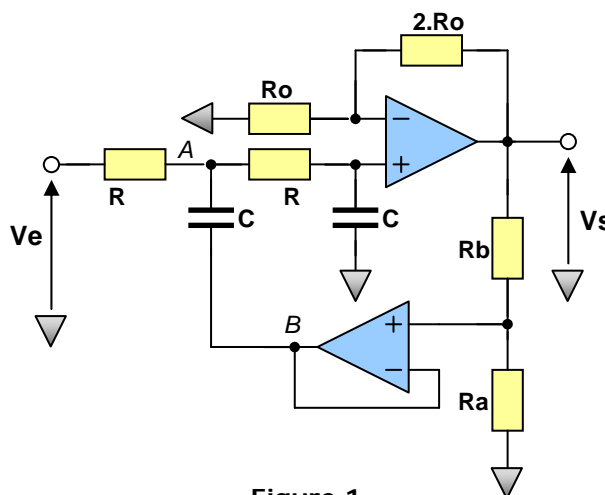


Figure 1

Exercice n° 2 : Un testeur de niveau pour la tonalité 440Hz téléphonique

Lorsque l'on décroche le combiné sur une ligne du réseau téléphonique commuté (RTC) on obtient une tonalité de 440Hz (La3) signalant « l'invitation à numéroté ». Au niveau du central téléphonique, l'émission de cette tonalité doit vérifier les valeurs suivantes :

- Fréquence $f=440\text{Hz} \pm 15\text{Hz}$
- Niveau $3,5\text{dBm} \pm 0,5\text{dBm}$ (résistance de charge caractéristique 600Ω)

On vous propose d'étudier un système simple permettant d'indiquer par l'intermédiaire d'une LED si le signal de tonalité respecte les contraintes fixées. Le schéma synoptique du dispositif est représenté sur la figure 1 ci-dessous.

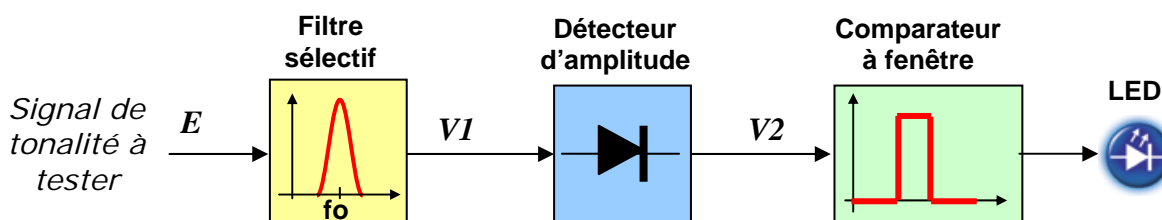


Figure 1 : Schéma synoptique du détecteur de tonalité

Q1 : Montrer qu'en choisissant un facteur de qualité $Q=15$ pour le filtre sélectif, on satisfait à une exigence du cahier des charges.

Le schéma du filtre sélectif est représenté sur la figure 2 suivante. Les 3 amplificateurs opérationnels utilisés fonctionnent en régime linéaire et on suppose qu'ils sont idéaux.

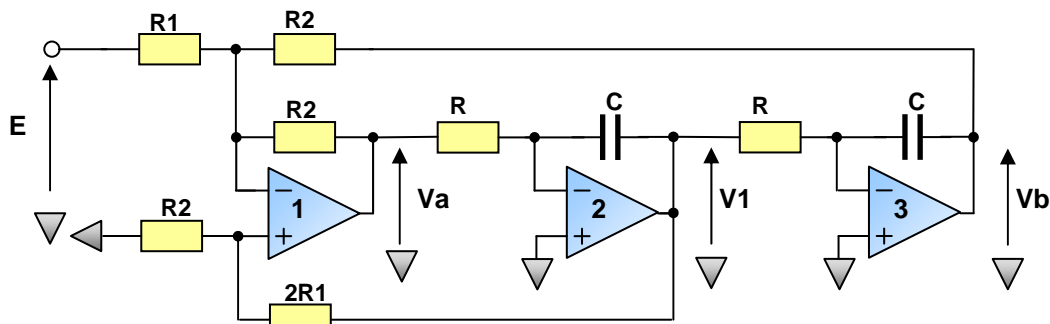


Figure 2 : Schéma du filtre sélectif

Q2 : Exprimer $V1(j\omega)$ en fonction de $Va(j\omega)$, R , C et $j\omega$ dans le montage autour de l'ampli-op n°2.

Q3 : Exprimer $Vb(j\omega)$ en fonction de $V1(j\omega)$, R , C et $j\omega$ dans le montage autour de l'ampli-op n°3.

Q4 : Exprimer le potentiel $V-$ de l'ampli-op n°1 en fonction de $E(j\omega)$, $Va(j\omega)$, $Vb(j\omega)$, $R1$ et $R2$.

Q5 : Exprimer le potentiel $V+$ de l'ampli-op n°1 en fonction de $V1(j\omega)$, $R1$ et $R2$.

Q6 : A partir des relations précédentes montrer que la fonction de transfert recherchée peut s'écrire sous la

forme :
$$T(j\omega) = \frac{V1(j\omega)}{E(j\omega)} = \frac{\frac{j\omega}{Q\omega}}{1 + \frac{j\omega}{Q\omega} + \left(\frac{j\omega}{\omega}\right)^2}$$
 avec $Q = \frac{R1}{R2}$ et $\omega = \frac{1}{RC}$

Q7 : On fixe $R2=10k\Omega$ et $C=33nF$. En déduire les valeurs de $R1$ et R .

Le détecteur d'amplitude en sortie du filtre sélectif est constitué d'un redresseur double alternance (amplification $\times 2$) suivi d'un filtre passe bas comme l'illustre le schéma synoptique suivant.

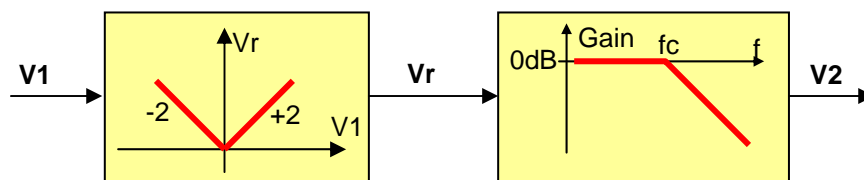


Figure 3 : Schéma synoptique du détecteur d'amplitude

Q8 : Comment choisir la valeur de fc afin d'obtenir un signal continu sur la sortie $V2$. Illustrer le fonctionnement du détecteur d'amplitude en représentant les signaux $V1$, Vr et $V2$ en fonction du temps lorsque l'on se place en régime permanent pour un signal d'entrée $V1=Vo.\sin(2\pi.f_0.t)$.

Q9 : Exprimer l'amplitude du signal $V2$ en fonction de Vo .

Le signal à la sortie du détecteur d'amplitude est connecté sur le montage représenté sur la figure 4 qui met en œuvre 2 comparateurs dont le fonctionnement est décrit sur la figure 5. On fixe $Vt2 > Vt1$.

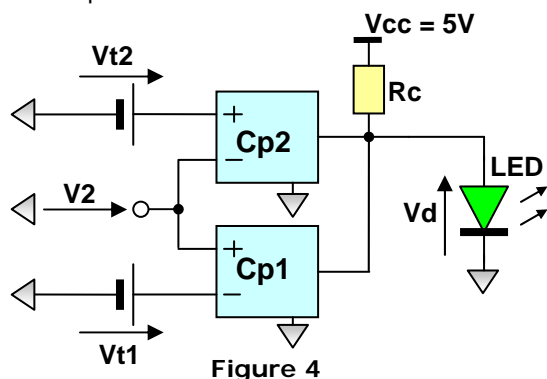
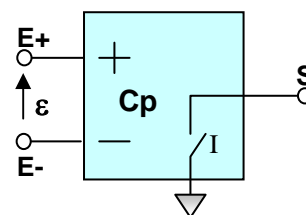


Figure 4



Si $\epsilon > 0$ l'inter I est ouvert
Si $\epsilon < 0$ l'inter I est fermé

Figure 5

Q10 : Expliquer le fonctionnement du montage de la figure 4 et préciser l'état de la LED en fonction du niveau de l'entrée $V2$.

Q11 : On choisit une diode électroluminescente de couleur verte dont la tension seuil est de 2,1V. Afin d'obtenir un éclairage suffisant on choisit un courant de 10mA. En déduire la valeur de Rc.

Les niveaux en dBm pour la téléphonie sont définis à partir d'une résistance de 600Ω qui est l'impédance caractéristique des lignes téléphoniques. Ainsi on définit : $PdBm = 10 \cdot \log\left(\frac{U_{eff}^2}{600 \cdot 1mW}\right)$

Q12 : Déterminer alors les valeurs des tensions de seuil Vt1 et Vt2 afin de respecter le cahier des charges.

Exercice n° 3 : Analyse d'un extrait de documentation constructeur

L'extrait de la documentation constructeur donné dans cet exercice est issu du document suivant : http://www.onsemi.com/pub_link/Collateral/AMIS-30585-D.PDF et concerne un circuit utilisé pour la transmission de données numériques sur courant porteur en ligne. Dans le cadre de cet exercice on ne s'intéresse qu'au filtre de réception décrit dans cet extrait.

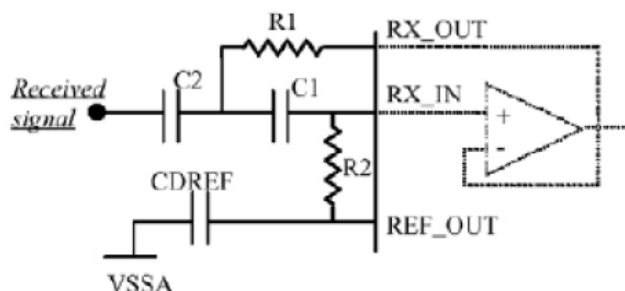


Figure 3. External Component Connection

The goal of the CDREF capacitance is to put the DC voltage of the received signal at the right level for the internal components. See also description of the pin REF_OUT.

Pin 2: RX_OUT

RX_OUT is the output analog pin of the receiver low noise input op-amp. This op-amp is in a negative feedback configuration. To know how to use this pin, refer to the explanations given for pin RX_IN.

Pin 3: RX_IN

RX_IN is the positive analog input pin of the receiver low noise input op-amp. Together with the pins two and three, an active high pass filter is realized. This filter removes the main frequency (50 or 60 Hz) from the received signal. The filter characteristics are determined by external capacitors and resistors. Typical values are given in Table 2. For these values and after this filter, a typical attenuation of 80 dB at 50 or 60 Hz is obtained. Table 2 represents external components connection. The present construction supposes the presence of a previous formed with the coupling transformer and a parallel capacitance is placed on the mains. This last one performs a typical attenuation of 60 dB. The combined effect of the two filters decreases the voltage level of the main frequency well below the sensitivity of the AMIS-30585.

Table 2. VALUE OF THE RESISTORS AND CAPACITORS

C1	560 pF
C2	560 pF
R1	82 kΩ
R2	39 kΩ
CDREF	1 mF

Pin 4: REF_OUT

REF_OUT is the analog output pin, which provides the voltage reference used by the A/D converter. This pin must be decoupled from the analog ground by a 1 mF ±10 percent ceramic capacitance (CDREF). This must be done as close as possible on the PCB. See Figure 4. It is not allowed to load this pin with other impedance load.

Afin de simplifier l'étude on peut considérer que vis-à-vis des signaux alternatifs tout se passe comme si la borne REFOUT est reliée à la masse (Il s'agit en réalité d'un point de polarisation car l'aop est utilisé avec une alimentation simple).

Q1 : Quel est le type de filtre réalisé par le montage représenté sur la figure 3 ?

Q2 : Quel est le nom de la structure mettant en œuvre l'amplificateur opérationnel ?

Q3 : Exprimer la fonction de transfert de ce montage (on pose C=C1=C2) et l'écrire sous une forme canonique du 2nd ordre.

Q4 : A partir des valeurs de composants, calculer le coefficient d'amortissement et la pulsation propre de ce filtre.

Q5 : Montrer que ce filtre répond bien à l'application envisagée.