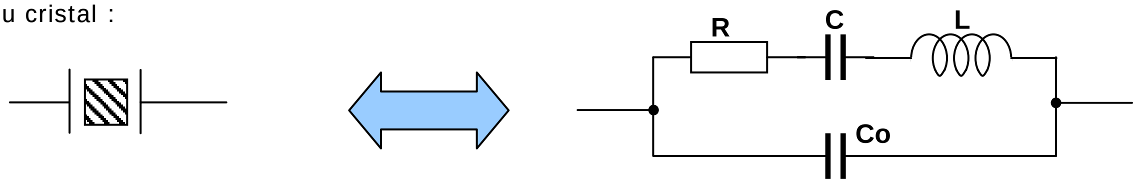
Quartz et résonateur piézo-électrique

Modèle du composant

Certains matériaux anisotropes (quartz, tourmaline,….) présentent la propriété de se polariser électriquement lorsqu'on les comprime : cet effet est appelé piézo-électrique. Cet effet est aussi réversible, c'est à dire qu'une lame (ou cristal) d'un tel matériau subi des déformations lorsque l'on applique un champ électrique.

En fixant des électrodes de part et d'autre du cristal, on forme ainsi un résonateur mécanique. L'application d'une tension provoque une excitation mécanique qui entraîne un déplacement de charges et donc la création d'un courant. Ce dipôle peut être modélisé par le schéma équivalent suivant au voisinage de la fréquence de résonance du cristal :



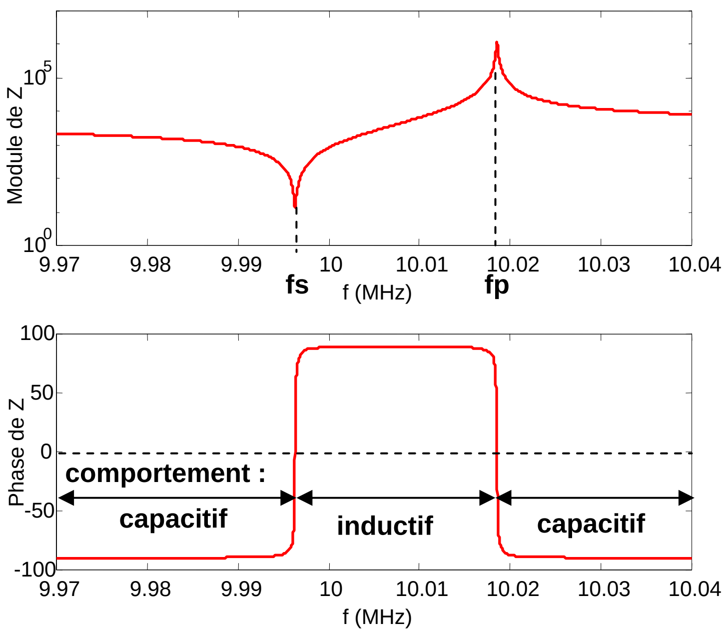
Les éléments R, L et C ne sont que des équivalents électriques au phénomène de résonance mécanique : Il s'agit d'éléments motionnels. La capacité Co représente la capacité électrostatique entre les deux électrodes.

Impédance équivalente

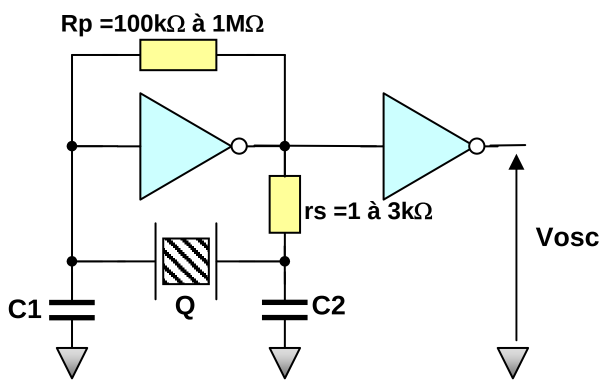
L'impédance complexe Z du dipôle représenté sur la figure précédente peut s'écrire sous la forme :

$Z = \dfrac{1}{jCo\omega} \cdot \dfrac{1 + jQs.\left(\dfrac{\omega}{\omega s} - \dfrac{\omega s}{\omega}\right)}{1 + jQp.\left(\dfrac{\omega}{\omega p} - \dfrac{\omega p}{\omega}\right)}$	**Pulsation de résonance série** : $\omega s = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ **Pulsation de résonance parallèle** $\omega p = \dfrac{1}{\sqrt{L.\dfrac{C.Co}{C+Co}}}$ **Facteur de qualité :** Série : $Qs = \dfrac{L\omega s}{R}$ Parallèle : $Qp = \dfrac{L\omega p}{R}$

Quartz 10MHz : Co=3.94pF C=15.55fF L=14.444mH R=13.33ohm



Application : oscillateur de Pierce



NB : Pour plus de détails voir fiche pratique oscillateur de Pierce

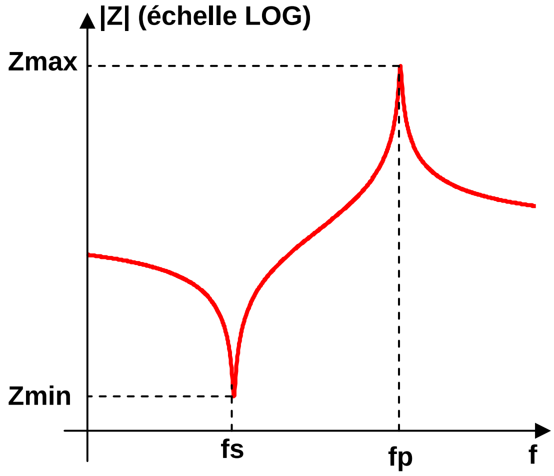
Détermination des éléments R,L,C et Co

Lorsque l'on souhaite « remonter » aux paramètres du modèle équivalent d'un quartz ou d'un résonateur piézo-électrique il est possible d'utiliser les points caractéristiques du tracé du module de l'impédance en fonction de la fréquence comme le montre la figure ci-dessous

Equations de départ

$$fs = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{Eq (1)}$$

$$fp = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\dfrac{C.Co}{C+Co}}} \quad \text{Eq (2)}$$



$$Z\min \approx R$$

$$Z\max = |Z|(f = fp) = \frac{1}{2\pi.Co.fp}\cdot\frac{\sqrt{1+Qs^2\left(\dfrac{fp}{fs}-\dfrac{fs}{fp}\right)^2}}{\sqrt{1+Qp^2\left(\dfrac{fp}{fp}-\dfrac{fp}{fp}\right)^2}}$$

soit $$Z\max = \frac{1}{2\pi.Co.fp}\cdot\sqrt{1+Qs^2\left(\frac{fp}{fs}-\frac{fs}{fp}\right)^2} \quad \text{Eq (3)}$$

Développement mathématique

A partir des équations (1) et (2) il est possible d'obtenir les relations suivantes :

$$\frac{fs^2}{fp^2} = \frac{Co}{C+Co} \quad \text{soit} \quad C = Co\cdot\left(\frac{fp^2}{fs^2}-1\right) \quad \text{Eq (4)}$$

Comme les facteurs de qualité Qs et Qp sont généralement très grand il est possible de simplifier l'expression de Zmax :

$$Z\max = \frac{Qs}{2\pi.Co.fp}\cdot\left(\frac{fp}{fs}-\frac{fs}{fp}\right) \quad \text{or} \quad Qs = \frac{1}{RC.2\pi.fs} \quad \text{donc} \quad Z\max = \frac{Qs}{4\pi^2RCCofsfp}\cdot\left(\frac{fp}{fs}-\frac{fs}{fp}\right) \quad \text{Eq (5)}$$

En remplacant C dans l'équation (5) par son expression dans l'équation (4) il vient :

$$Z\max = \frac{Qs}{4\pi^2RCo^2\cdot\left(\dfrac{fp^2}{fs^2}-1\right)fsfp}\cdot\left(\frac{fp}{fs}-\frac{fs}{fp}\right)$$

ce qui permet de trouver l'expression de Co. A partir de ce point on en déduit facilement C et L.

Résultats

$$R = Z\min$$

$$Co = \frac{1}{2\pi fp\sqrt{Z\max.Z\min}}$$

$$C = \frac{\left(\dfrac{fp^2}{fs^2}-1\right)}{2\pi fp\sqrt{Z\max.Z\min}}$$

$$L = \frac{fp}{fp^2-fs^2}\cdot\frac{\sqrt{Z\max.Z\min}}{2\pi}$$