

Les fonctions de Bessel

Contexte d'application : les modulations angulaires

Dans le cas d'un signal modulant sinusoïdal, un signal modulé angulairement peut s'écrire sous la forme : $s(t) = S \cdot \cos(\Omega_0 t + m \cdot \sin(\omega t))$. En développant l'expression du signal $s(t)$, on obtient :

$$s(t) = S \cdot [\cos(\Omega_0 t) \cdot \cos[m \cdot \sin(\omega t)] - \sin(\Omega_0 t) \cdot \sin[m \cdot \sin(\omega t)]]$$

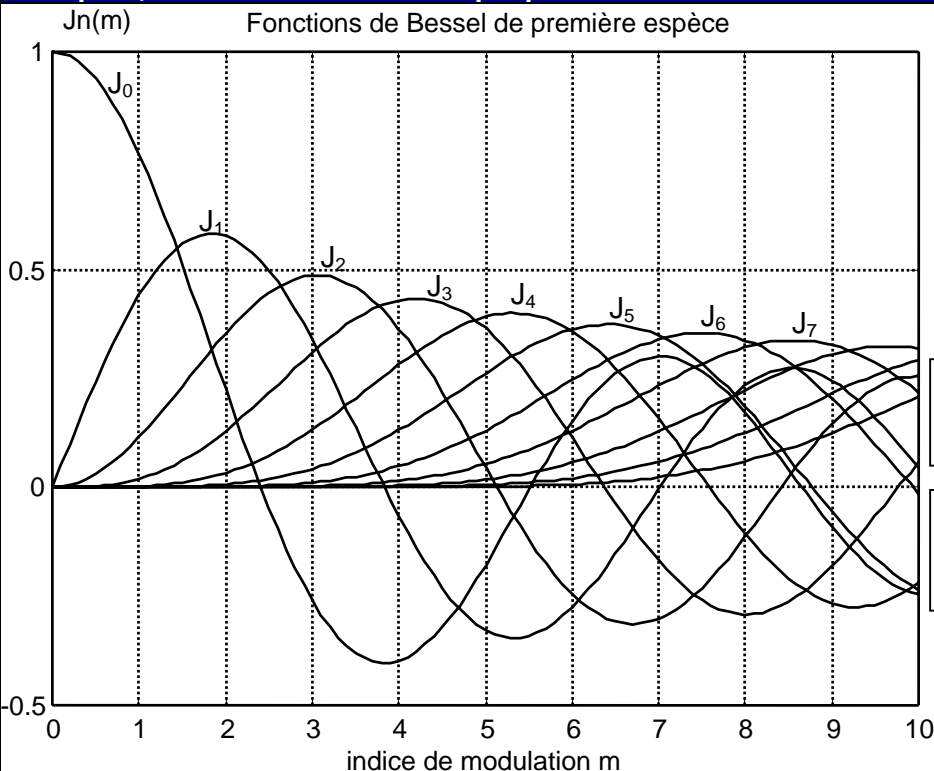
Les 2 termes $\cos[m \cdot \sin(\omega t)]$ et $\sin[m \cdot \sin(\omega t)]$ peuvent s'exprimer au moyen des développements suivant :

$$\cos[m \cdot \sin(\omega t)] = J_0(m) + 2 \cdot J_2(m) \cdot \cos(2\omega t) + 2 \cdot J_4(m) \cdot \cos(4\omega t) + \dots$$

$$\sin[m \cdot \sin(\omega t)] = 2 \cdot J_1(m) \cdot \sin(\omega t) + 2 \cdot J_3(m) \cdot \sin(3\omega t) + 2 \cdot J_5(m) \cdot \sin(5\omega t) + \dots$$

ou $J_n(m)$ est **la fonction de Bessel** de première espèce d'ordre n de la variable m et dont les valeurs sont données sur le graphique et le tableau suivant.

Abaques, tableau de valeurs & propriétés



$$[J_0(m)]^2 + 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} [J_n(m)]^2 = 1$$

$$J_n(m) = \left(\frac{m}{2}\right)^n \cdot \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p \cdot m^{2p}}{2^{2p} \cdot p! \cdot (n+p)!}$$

| Ordre | Indice de modulation m | | | | | | | | | | | | | |
|-------|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 0,2 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,4 | 3 | 3,83 | 4 | 5 | 5,14 | 6 | 8 | 10 |
| 0 | 0,99 | 0,938 | 0,765 | 0,512 | 0,224 | 0 | -0,26 | -0,403 | -0,397 | -0,178 | -0,131 | 0,15 | 0,172 | -0,246 |
| 1 | 0,1 | 0,242 | 0,44 | 0,558 | 0,577 | 0,52 | 0,339 | 0 | -0,066 | -0,328 | -0,34 | -0,277 | 0,235 | 0,044 |
| 2 | ≈0 | 0,03 | 0,115 | 0,232 | 0,353 | 0,431 | 0,486 | 0,403 | 0,364 | 0,047 | 0 | -0,243 | -0,113 | 0,255 |
| 3 | ≈0 | ≈0 | 0,02 | 0,061 | 0,129 | 0,198 | 0,309 | 0,420 | 0,43 | 0,365 | 0,339 | 0,115 | -0,291 | 0,058 |
| 4 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | 0,012 | 0,034 | 0,064 | 0,132 | 0,255 | 0,281 | 0,391 | 0,397 | 0,358 | -0,105 | -0,22 |
| 5 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | 0,007 | 0,016 | 0,043 | 0,113 | 0,132 | 0,261 | 0,279 | 0,362 | 0,186 | -0,234 |
| 6 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | 0,011 | 0,04 | 0,049 | 0,131 | 0,146 | 0,246 | 0,338 | -0,015 |
| 7 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | 0,012 | 0,015 | 0,053 | 0,062 | 0,13 | 0,32 | 0,217 |
| 8 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | 0,018 | 0,022 | 0,057 | 0,223 | 0,318 |
| 9 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | 0,007 | 0,021 | 0,127 | 0,292 |
| 10 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | 0,007 | 0,06 | 0,208 |
| 11 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | 0,026 | 0,123 |
| 12 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | ≈0 | 0,009 | 0,063 |